

А. Ван-дер-Зил

ФЛУКТУАЦИОННЫЕ
ЯВЛЕНИЯ
В ПОЛУПРОВОДНИКАХ





SEMI-CONDUCTOR MONOGRAPHS

FLUCTUATION PHENOMENA
IN SEMI-CONDUCTORS

A. VAN DER ZIEL, M. A., Ph. D.

*Professor of Electrical Engineering
University of Minnesota*

LONDON

Butterworths Scientific Publications

1959

А. ВАН-ДЕР-ЗИЛ

ФЛУКТУАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

*Перевод с английского
канд. техн. наук А. А. Куликовского,
инж. А. С. Рыжова*

*Под редакцией
канд. физ.-мат. наук Ф. В. Бункина*

ИЗДАТЕЛЬСТВО
ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
Москва 1961



Scan AAW

АННОТАЦИЯ

Книга Ван-дер-Зила, являясь первой монографией в мировой литературе по проблемам флуктуаций в полупроводниках, содержит обзор теоретических и экспериментальных работ по изучению флуктуационных явлений в полупроводниковых материалах и приборах. В ней нашли отражение основные оригинальные работы зарубежных авторов, характеризующие современное состояние вопроса.

Предлагаемая монография может служить полезным руководством для широкого круга специалистов в области полупроводниковой техники, а также для студентов старших курсов физических и радиотехнических факультетов высших учебных заведений.

Редакция литературы по вопросам техники

ПРЕДИСЛОВИЕ К РУССКОМУ ИЗДАНИЮ

Широкие исследования флуктуаций в полупроводниках развернулись лишь за последние 10—12 лет. Эти исследования привели в настоящее время к довольно ясным представлениям о физике флуктуационных явлений в полупроводниках и дали возможность получить конкретные практические рекомендации.

Предлагаемая вниманию советского читателя книга написана профессором электротехники университета шт. Миннесота А. Ван-дер-Зилом — известным американским специалистом в области изучения флуктуационных явлений в радиотехнических устройствах и полупроводниковых материалах и приборах. Автор известен советским читателям по одной более ранней книге¹⁾, посвященной обзору исследований флуктуационных явлений в широком круге радиотехнических и физических устройств. Настоящая книга — обзор теоретических и экспериментальных работ по изучению флуктуационных явлений в полупроводниковых материалах и приборах. Написанная на основе новейших оригинальных работ, немалая часть которых принадлежит самому автору, книга отражает современное состояние вопроса. Следует, однако, сказать, что изложение представленного в книге материала не всегда достаточно детализировано. Это объясняется, по-видимому, частично

¹⁾ А. Ван-дер-Зил, Флуктуации в радиотехнике и физике, перев. с англ. под ред. проф. Л. С. Губкиной, Госэнергоиздат, 1958.

различной степенью изученности отдельных сторон явления (например, фликкер-эффект в полупроводниках изучен менее тщательно, чем генерационно-рекомбинационный эффект), а частично кругом индивидуальных научных интересов автора. Тем не менее во всех случаях автор старается довести обсуждаемые им вопросы до «инженерного уровня», т. е. до практических рекомендаций.

Настоящая книга является первой монографией в мировой литературе, посвященной изучению флуктуаций в полупроводниках¹⁾. Можно с уверенностью сказать, что она станет настольным руководством для все более расширяющегося круга специалистов в области полупроводниковой радиотехники.

Ф. Б у н к и н

1) В отечественной литературе имеется обзорная статья Д. Н. Мирлина «Электрические флуктуации в полупроводниках» («Полупроводники в науке и технике», т. II, сборник статей под ред. А. Ф. Иоффе, АН СССР, 1958).

ПРЕДИСЛОВИЕ

Цель настоящей книги — дать обзор современного состояния теоретических и экспериментальных работ по изучению флуктуационных явлений, наблюдаемых в полупроводниковых материалах и приборах. Наши современные представления об этих явлениях сложились в результате длительного изучения их многими исследователями. За последние несколько лет была внесена ясность во многие вопросы, благодаря чему стали более понятными многие флуктуационные явления. Поэтому в настоящее время целесообразно подвести итоги проделанной работы и обратить внимание на еще не решенные проблемы.

В результате быстрого развития рассматриваемой отрасли науки некоторые допущения, на которых были основаны прежние теории различных флуктуационных явлений, не могут более считаться справедливыми; в ряде случаев имеются также противоречия с экспериментальными результатами. В настоящей книге сделана попытка изложить содержание различных ее частей с единой точки зрения, и можно надеяться, что в большинстве случаев эта цель достигнута. Например, созданная Мак-Уэртером теория шума, подчиняющегося закону $1/f$ (гл. 5), представлена в такой форме, которая согласуется с изложением теории генерационно-рекомбинационного шума (гл. 4).

Однако все еще имеется большое количество вопросов, которые нуждаются в дальнейшем изучении, как экспе-

риментальном, так и теоретическом, и можно рассчитывать, что настоящая книга поможет развитию дальнейших исследований в этой интересной области.

Многие разделы книги основаны на исследованиях шума полупроводников, выполненных на Электротехническом факультете университета штата Миннесота. Эта работа оказалась возможной благодаря поддержке, оказанной отделом по заключению контрактов войск связи США. Автор выражает благодарность своим коллегам д-рам Ван-Флиту и Чамплину, а также своим сотрудникам по университету за участие в исследовании шумов и за помощь в подготовке рукописи книги. Д-р Ван-Флит при чтении части рукописи внес в нее существенные улучшения. Д-р Чамплин разрешил использовать часть своих неопубликованных материалов; Ченнет также внес поправки, улучшающие содержание некоторых глав. Автор выражает признательность проф. Берджесу из университета Британской Колумбии (Ванкувер) за предложение написать эту книгу; ему приятно также поблагодарить г-жу А. Ван-дер-Зил и В. Олсен за перепечатку рукописи. Необходимо отметить также рекордную быстроту, с которой эта книга была опубликована издателями.

А. Ван-дер-Зил

Г Л А В А I

ВВЕДЕНИЕ

ОБ ИЗУЧЕНИИ [ФЛУКТУАЦИЙ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Выражение «флуктуационные явления в полупроводниках» относится к спонтанным флуктуациям тока, протекающего через полупроводниковые элементы или приборы, а также к флуктуациям напряжения на них. Более распространенным термином является «шум полупроводников», который относится к акустическому шуму, слышимому в громкоговорителе после усиления электрических флуктуаций в полупроводниковых образцах. В настоящее время этот термин обычно применяется к любым флуктуациям тока и (или) напряжения, даже если они не сопровождаются акустическим эффектом.

Изучение флуктуационных явлений в полупроводниках и полупроводниковых устройствах представляет интерес по следующим причинам:

1. Эти флуктуации частично отображают атомистический характер механизма проводимости, поэтому их изучение создает основу для глубокого понимания свойств полупроводниковых материалов и приборов.

2. Представления о природе этих флуктуаций могут быть использованы в качестве нового средства изучения физики полупроводниковых материалов и приборов. В частности, они позволят более четко обнаруживать некоторые физические явления и точнее определять физические параметры материалов и приборов по сравнению с другими методами.

3. Полупроводниковые материалы и приборы в основном применяются для измерения малых физических величин или для усиления слабых сигналов. Спонтанные флуктуации тока и напряжения обуславливают существование нижнего предела величин, которые еще могут быть измерены, или сигналов, которые еще могут быть усилены.

Поэтому важно знать факторы, определяющие указанные пределы, и уметь использовать эти данные для создания оптимальных условий работы таких материалов или приборов. Наконец, важно знать пути улучшения материалов или приборов, позволяющие снизить эти пределы.

Предполагается, что читатель знаком с современной полупроводниковой терминологией и с диффузионными уравнениями, а также с понятиями о донорах, акцепторах, ловушках и центрах рекомбинации.

КЛАССИФИКАЦИЯ РАЗЛИЧНЫХ ИСТОЧНИКОВ ШУМА

При классификации шумов, наблюдаемых в полупроводниковых материалах и приборах, обычно проводят различие между тепловым шумом, фликкер-шумом и дробовым шумом.

Тепловой шум возникает в любом проводнике и обусловлен случайным движением носителей тока. Фликкер-шум характеризуется его своеобразной спектральной плотностью, которая описывается законом вида

$$\frac{\text{const}}{f^a},$$

где $a \approx 1$. В этом смысле он подобен фликкер-шуму в электронных лампах, поэтому и имеет то же название. Для дробового шума наиболее характерен его спектр, который является белым¹⁾ в области нижних частот; по этому признаку он подобен дробовому шуму в электронных лампах, чем и объясняется аналогичное название.

В ранних статьях не проводилось различия между дробовым шумом и фликкер-шумом и теория, разработанная для первого типа шума, распространялась и на второй. Кроме того, эти названия были введены на более или менее эвристической основе, без должной связи с физическими причинами, порождающими шум. Поэтому здесь предлагается следующая терминология:

а. *Генерационно-рекомбинационный шум*, создаваемый спонтанными флуктуациями скоростей генерации, рекомбинации, улавливания и т. д. носителей, что приводит

1) То есть ровным, не зависящим от частоты f . — Прим. ред.

к флуктуациям плотности свободных носителей. Для полупроводникового материала термин «генерационно-рекомбинационный шум» лучше отражает существо дела, чем термин «дробовой шум», поскольку такие флуктуации плотности носителей существуют даже при отсутствии внешнего электрического поля; наложение поля является лишь наиболее удобным способом обнаружения флуктуаций. Полупроводниковые приборы, содержащие переходы, такие, как диоды и транзисторы, действуют по принципу инъекции неосновных носителей, и подача напряжения на них необходима для создания или изменения уровня инъекции. Поэтому в таких приборах генерационно-рекомбинационный шум обладает значительно большим сходством с дробовым шумом, чем в полупроводниковых материалах¹⁾.

б. *Диффузионный шум*, порождаемый случайным характером процесса диффузии; соответственно флуктуации скорости диффузии приводят к возникновению локализованных флуктуаций плотности носителей. В полупроводниковом материале это является причиной теплового шума. В устройствах с переходами этот шум является основной составляющей дробового шума.

в. *Модуляционный шум*, который обусловлен не флуктуациями скорости перехода или диффузии, а флуктуациями плотности носителей или флуктуациями тока, возникающими вследствие некоторых модуляционных процессов²⁾.

1) См. гл. 8 и 9.

2) Примеры таких процессов рассмотрены в гл. 5 и 6.

Г Л А В А 2

ОПИСАНИЕ ШУМОВЫХ СВОЙСТВ ДВУХ- И ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНИКОВ

СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ ШУМОВ ДВУХПОЛЮСНЫХ ЦЕПЕЙ [1]

В случае двухполусной цепи шум в интервале частот Δf всегда можно представить эквивалентным генератором э. д. с. $\sqrt{\bar{e}^2}$, включенным последовательно с этим устройством, или эквивалентным генератором тока $\sqrt{\bar{i}^2}$ присоединенным параллельно данному устройству; $\sqrt{\bar{e}^2}$ представляет собой шумовую э. д. с. холостого хода, а $\sqrt{\bar{i}^2}$ — шумовой ток короткого замыкания данной цепи, причем обе величины обычно относят к единице полосы частот пропускания. Иногда для описания шума бывает удобно использовать другие величины.

Эквивалентное шумовое сопротивление $R_{ш}$ определяется выражением

$$\bar{e}^2 = 4kTR_{ш}\Delta f, \quad (2.1)$$

где T — комнатная температура, k — постоянная Больцмана. Согласно теореме Найквиста, данная цепь и сопротивление $R_{ш}$ при температуре T имеют одинаковые среднеквадратичные значения шумовой э. д. с. холостого хода в полосе частот Δf .

Эквивалентный ток $I_{э\text{кв.}}$ насыщенного диода¹⁾ определяется выражением

$$\bar{i}^2 = 2eI_{э\text{кв.}}\Delta f. \quad (2.2)$$

Согласно теореме Шоттки, данная цепь и насыщенный диод, через который протекает ток $I_{э\text{кв.}}$ (и который обладает только дробовым шумом), имеют одинаковые средне-

¹⁾ Насыщенным называется диод, в котором анодный ток не ограничен пространственным зарядом. — *Прим. ред.*

квадратичные значения шумового тока короткого замыкания в полосе частот Δf .

Если $Z=R+jX$ —полное сопротивление рассматриваемого устройства, а $Y=1/Z=g+jb$ —его полная проводимость, то шумовое отношение данного устройства определяется выражением

$$n = \frac{\overline{e^2}}{4kTR\Delta f} = \frac{\overline{i^2}}{4kTg\Delta f}. \quad (2.3)$$

Наряду с шумовым отношением n можно ввести также эквивалентную шумовую температуру $T_{\text{ш}}$, которая определяется выражением

$$T_{\text{ш}} = nT. \quad (2.3a)$$

Значение величин n и $T_{\text{ш}}$ заключается в том, что с их помощью может быть выражена мощность шума P_{av} в полосе Δf , выделяемая на согласованной нагрузке:

$$P_{av} = \frac{\overline{e^2}}{4R} = \frac{\overline{i^2}}{4g} = nkT\Delta f = kT_{\text{ш}}\Delta f. \quad (2.4)$$

Таким образом, мощность шума данного устройства, выделяемая на согласованной нагрузке, в n раз превышает соответствующую мощность шума активного сопротивления при комнатной температуре T .

Нетрудно убедиться в справедливости соотношений

$$n = \frac{R_{\text{ш}}}{R} = \frac{e}{2kT} \cdot \frac{I_{\text{эКВ.}}}{g} \simeq \frac{20I_{\text{эКВ.}}}{g}$$

и

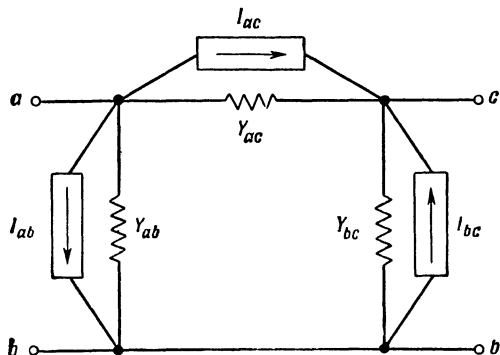
$$I_{\text{эКВ.}} = \frac{2kT}{e} R_{\text{ш}} |Y|^2 \simeq \frac{1}{20} R_{\text{ш}} |Y|^2. \quad (2.5)$$

Знание величин $R_{\text{ш}}$, $I_{\text{эКВ.}}$ и n часто бывает полезно для выяснения причин возникновения шумов в данном устройстве.

СПОСОБЫ ОПИСАНИЯ ШУМОВ ЧЕТЫРЕХПОЛЮСНЫХ ЦЕПЕЙ [1—3]

Для того чтобы описать шумы активной четырехполюсной цепи, необходимы два источника шума. При использовании П-образной эквивалентной схемы в общем слу-

чае в нее могут входить три генератора шумовых токов: I_{ab} , I_{ac} , I_{bc} , включенные между тремя узлами: a , b , c . Однако такая схема может быть заменена эквивалентной схемой, содержащей генератор тока ($I_{ab} + I_{ac}$), включенный между a и b , и генератор тока ($I_{ac} + I_{bc}$), включенный между b и c (фиг. 2.1).



Фиг. 2.1. Эквивалентная активная Π -образная схема, в которой шумы представлены тремя генераторами тока: I_{ab} , I_{ac} и I_{bc} .

Если используется Т-образная схема замещения, то в общем случае в нее должны входить три генератора шумовой э. д. с., действующие последовательно во всех трех ветвях; такую схему можно заменить эквивалентной схемой, содержащей только два генератора шумовой э. д. с.

Таким образом, возможны следующие способы представления шумов:

1. Два генератора тока, i_1 и i_2 , присоединенные параллельно входу и выходу соответственно.

2. Два генератора э. д. с., e_1 и e_2 , включенные последовательно со входом и выходом соответственно.

3. Один генератор э. д. с. e и один генератор тока i ; в этом случае возможны четыре варианта, причем наиболее важными из них являются:

а) генератор э. д. с. шума включен последовательно со входом, генератор шумового тока — параллельно выходу;

б) генератор э. д. с. шума включен последовательно с выходом, генератор шумового тока—параллельно входу.

В общем случае шумы обоих генераторов частично коррелированы¹⁾. Для правильного описания шумовых свойств необходимы четыре параметра цепи; например, в указанном выше случае 1 надо знать $\overline{i_1^2}$, $\overline{i_2^2}$, а также вещественную и мнимую составляющие величины $\overline{i_1^* i_2}$.

В некоторых простых случаях $\overline{i_1^* i_2} = 0$ (т. е. шумы генераторов независимы), при этом вместо четырех величин достаточно знать только две; это имеет место у транзисторов на сравнительно низких частотах²⁾. Может также случиться, что одна из этих величин обращается в нуль, тогда вместо четырех величин достаточно знать только одну, которую можно представить в виде эквивалентного шумового сопротивления; это имеет место в электронных лампах на средних частотах.

Шумовые свойства активной четырехполюсной цепи можно характеризовать различными способами. Пусть источник сигнала имеет внутреннее полное сопротивление $Z_s = R_s + jX_s$, или внутреннюю полную проводимость $Y_s = 1/Z_s = g_s + jb_s$. Шум можно представить, например, эквивалентным генератором э. д. с. $e_{ш}$, соединенным последовательно с источником сигнала, или эквивалентным генератором шумового тока $i_{ш}$, включенным параллельно источнику; эти величины определяются так, чтобы мощность шума на выходе цепи удваивалась при введении генератора шумовой э. д. с. $e_{ш}$ или генератора шумового тока $i_{ш}$. Тогда можно определить эквивалентное шумовое сопротивление $R_{ш}$ или входной эквивалентный ток насыщенного диода $I_{ш}$ рассматриваемой цепи согласно выражениям

$$\overline{e_{ш}^2} = 4kTR_{ш}\Delta f; \quad \overline{i_{ш}^2} = 2eI_{ш}\Delta f, \quad (2.6)$$

где T —комнатная температура, k —постоянная Больцмана, e —заряд электрона, Δf —малый интервал частот.

1) См. гл. 3.

2) См. гл. 9.

Обе величины, $R_{ш}$ и $I_{ш}$, могут зависеть от полного внутреннего сопротивления источника сигнала.

Чаще используется понятие коэффициента шума F цепи¹⁾, под которым понимают отношение полной мощности шума на выходе к той ее части, которая обусловлена тепловым шумом источника сигнала. Последний можно представить генератором шумовой э. д. с. $\sqrt{4kTR_s\Delta f}$, включенным последовательно с источником сигнала, или генератором шумового тока $\sqrt{4kTg_s\Delta f}$, присоединенным параллельно источнику сигнала. Тогда, согласно выражениям (2.6),

$$F = \frac{R_{ш}}{R_s} = \frac{e}{2kT} \frac{I_{ш}}{g_s}. \quad (2.7)$$

Коэффициент шума обычно обладает параболической зависимостью от R_s и имеет минимальное значение $F_{мин}$ при $R_s = (R_s)_{мин}$.

Наименьшая мощность сигнала, которая может быть обнаружена на фоне шумов усилителя, согласованного с источником шума и имеющего коэффициент шума F и полосу пропускания B , близка к величине $FkTB$. Поэтому коэффициент шума F всегда следует стараться снизить настолько, насколько это при данных условиях возможно.

Используя согласующие цепи без потерь, можно изменять в широких пределах полное сопротивление источника сигнала, пересчитанное ко входу усилителя. В этом случае наиболее выгодным оказывается усилитель с наименьшим значением $F_{мин}$. В других случаях необходимо присоединять источник сигнала непосредственно ко входу усилителя без трансформирующих цепей; при этом усилитель с наименьшим значением $F_{мин}$ может оказаться далеко не самым лучшим. Если источник сигнала обладает малым внутренним сопротивлением, то наилучшим оказывается усилитель с наименьшим шумовым сопротивлением $R_{ш}$. В том же случае, когда внутреннее сопротив-

¹⁾ Иногда коэффициент шума F называют шум-фактором, — *Прим. ред.*

ление источника сигнала велико, целесообразно использовать усилитель с наименьшим значением входного эквивалентного тока насыщенного диода $I_{ш}$ [4].

Для того чтобы правильно представить шумовые свойства усилительного каскада, прежде всего необходимо определить генераторы шума его активного элемента и правильно включить эти генераторы в эквивалентную схему. После этого оказывается возможным определить наиболее выгодные условия работы данного активного элемента или так спроектировать этот элемент, чтобы он при заданных условиях работы давал наименьший коэффициент шума¹⁾.

Представление шумовых свойств активной цепи посредством эквивалентной схемы не является однозначным, поскольку данную схему можно преобразовать к другим видам на основе теорем теории цепей. Обычно стараются применять такую эквивалентную схему, которая наилучшим образом отображает природу физических процессов в данном устройстве²⁾.

ПРИБОРЫ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ШУМОВ [1]

Для того чтобы измерить слабые шумовые сигналы, их необходимо подвергнуть усилению и детектированию. Поэтому при экспериментальном исследовании шума прежде всего возникает необходимость построить линейный слабощумящий усилитель, способный усиливать исследуемые шумы в желаемой полосе частот до достаточно высокого уровня, необходимого для нормальной работы детектора.

Требование линейности усилителя является очень важным; чтобы показать это, рассмотрим сначала случай, когда измеряемый шум подается на идеальный линейный детектор. Отклик такого детектора пропорционален квадратному корню из мощности шума на выходе усилителя; общая характеристика усилителя вместе с детектором описывается простым законом только в том случае, если усилитель является строго линейным. Далее рассмотрим

1) См. гл. 11.

2) См. гл. 9.

случай, когда измеряемый шум подается на идеальный квадратичный детектор. Отклик такого детектора прямо пропорционален мощности шума на выходе усилителя, и, для того чтобы он был пропорционален мощности шума на входе усилителя, необходима строгая линейность последнего.

Наиболее желательным типом детектора является квадратичный детектор. Его преимущество обусловлено тем, что шумы от различных источников складываются квадратично, а эффект на выходе квадратичного детектора пропорционален квадрату шума на выходе усилителя. Для получения среднеквадратичного значения измеряемого шума достаточно вычесть из показания прибора, измеряющего эффект на выходе детектора, величину, соответствующую нежелательным шумам.

Наилучший способ проверки квадратичности усилителя вместе с детектором состоит в использовании насыщенного диода, включенного параллельно входу усилителя, и снятии зависимости показаний прибора на выходе детектора от величины тока насыщенного диода I_d . Если эта зависимость имеет линейный характер, то усилитель вместе с детектором образуют квадратичное устройство, поскольку среднеквадратичное значение шума на входе, согласно теореме Шоттки, пропорционально $I_d^{1/2}$.

Некоторые типы квадратичных детекторов уже описаны. Одним из наиболее надежных является комбинация из термопары и чувствительного милливольтметра, точно характеризующая квадратичной зависимостью при условии, что сигнал на входе термопары достаточно мал.

Очень важным условием является требование малой величины собственных шумов усилителя. Всегда желательно, чтобы шум усилителя был пренебрежимо мал по сравнению с измеряемым шумом, при этом нет надобности доби-

1) Измеряемый шум имеет мгновенные значения, намного превышающие его среднеквадратичную величину. Поэтому если линейность усилителя проверяется посредством синусоидального сигнала, то надо требовать, чтобы эта линейность сохранялась при эффективных значениях уровня сигнала, в три раза превышающих максимальное эффективное значение измеряемых шумов; только при этом условии усилитель можно считать по отношению к шуму линейным.

ваться дальнейшего улучшения шумовых свойств усилителя. Если шумы усилителя сравнимы с измеряемым шумом, то уменьшение уровня шумов усилителя становится очень важной задачей; это часто удается сделать путем тщательного проектирования первого каскада усилителя и продуманного выбора первой лампы или транзистора.

Наконец, надо отметить, что аппаратура для измерения шумов должна перекрывать достаточно широкий диапазон частот. Пожалуй, наиболее полезная информация о природе шумов заключается в характере частотной зависимости спектра шума, поэтому надо стараться измерять характеристики шума в достаточно широком диапазоне частот. Для этого необходимо либо выполнять измерение шума на нескольких фиксированных частотах, либо применять перестраиваемый усилитель. Последнее легко осуществить, используя в измерительной установке высокочастотный блок и усилитель промежуточной частоты связного приемника¹⁾.

Важной задачей является выбор полосы пропускания B усилителя или приемника и постоянной времени τ детектора вместе с измерительным прибором. Если измеряемый спектр зависит от частоты, то величину полосы пропускания B надо выбирать так, чтобы в ее пределах спектральная плотность оставалась приблизительно постоянной. С другой стороны, вероятная ошибка отдельного отсчета при измерении шума прибором, имеющим полосу пропускания B и постоянную времени детектора τ , равна $1/\sqrt{2B\tau}$. По этой причине полосу B часто делают

1) Приемник обычно требует некоторых переделок. Например необходимо отключить систему автоматической регулировки усиления, чтобы выходное напряжение было пропорционально сигналу на входе. Сигнал промежуточной частоты желательно вывести из приемника кабелем, для чего к последнему каскаду усилителя промежуточной частоты вместо обычного детектора присоединяют катодный повторитель. Наконец, часто приемник имеет слишком высокий уровень собственных шумов или его вход не может быть согласован с исследуемым источником шума. В этих случаях необходимо использовать слабошумящий предварительный усилитель, обладающий требуемыми сопротивлениями со стороны входа и выхода; иногда для этой цели достаточно использовать катодный повторитель с лампой, имеющей большую крутизну.

возможно большей, а постоянную времени τ выбирают такой, чтобы вероятная ошибка отдельного измерения имела допустимую величину¹⁾.

ИЗМЕРЕНИЕ ШУМА [1—3, 5, 6]

Как указано выше (стр. 12), измерение шума в случае двухполюсной цепи сводится к определению эквивалентного тока насыщенного диода $I_{\text{экр.}}$, эквивалентного шумового сопротивления $R_{\text{ш}}$ или шумового отношения n . В случае четырехполюсной цепи наиболее существенной величиной является коэффициент шума F . Для лучшего понимания различных факторов, влияющих на коэффициент шума, полезно представить цепь как двухполюсную и определить для нее такие величины, как эквивалентный ток насыщенного диода на выходе при холостом ходе или коротком замыкании со стороны входа и т. п.

Для измерения шума используют стандартный источник шума с известными характеристиками, например нагретый провод или насыщенный диод. Может быть также использован источник синусоидального сигнала, однако в этом случае необходим точный аттенуатор и требуется знать эффективную полосу пропускания приемника. Рассмотрим методику измерений при использовании в качестве стандартных источников насыщенного диода и генератора синусоидального сигнала.

Если требуется измерить эквивалентный ток насыщенного диода $I_{\text{экр.}}$ для исследуемого источника шума, то параллельно ему присоединяют насыщенный диод. Для простоты допустим, что шумы приемника пренебрежимо малы по сравнению с шумами исследуемого источника. Сначала измеряют мощность шума на выходе усилителя, создаваемого только исследуемым источником, а затем подбирают ток насыщенного диода таким образом, чтобы мощность шума на выходе усилителя удвоилась. Иссле-

¹⁾ Ошибка происходит потому, что выпрямленный детектором шум содержит низкочастотные компоненты, вызывающие флуктуации показаний измерительного прибора, которые обратно пропорциональны \sqrt{B} ; эти флуктуации можно ослабить, увеличивая τ .

дуемый источник и диод могут быть представлены генераторами тока $\sqrt{2eI_{\text{э.кв.}}\Delta f}$ и $\sqrt{2eI_{\text{д}}\Delta f}$ соответственно, присоединенными параллельно входу приемника. Так как оба генератора дают одинаковые мощности шума на выходе, то $I_{\text{э.кв.}} = I_{\text{д}}$. Этот результат не зависит от полосы пропускания приемника; единственное ограничение состоит в том, что внутреннее сопротивление $R_{\text{д}}$ насыщенного диода должно быть много больше активного сопротивления $R_{\text{с}}$ исследуемого источника шума. Это условие может не выполняться, когда $R_{\text{с}}$ велико¹⁾. Если сопротивление источника $R_{\text{с}}$ известно, то можно, согласно соотношениям (2.5), определить шумовое отношение и шумовое сопротивление.

При использовании источника синусоидального сигнала последний должен быть ослаблен аттенуатором до малого уровня E_1 , а последовательно с аттенуатором должно быть включено сопротивление R_1 , большее по сравнению с выходным сопротивлением аттенуатора. Такое устройство действует как генератор тока $I_1 = E_1/R_1$, присоединенный параллельно R_1 . Пусть выходное напряжение приемника при подаче на его вход синусоидального сигнала с частотой f равно $E_0(f)$. Тогда можно определить функцию передачи приемника как

$$g(f) = \frac{E_0(f)}{I_1(f)}, \quad g_0 = g(f_0),$$

¹⁾ Сопротивление $R_{\text{д}}$ определяется эффектом Шоттки в диоде. Можно показать, что $R_{\text{д}}$ обратно пропорционально $I_{\text{д}}$. Надо учесть также, что общее активное сопротивление цепи на входе приемника при включенном диоде меньше, чем при выключенном диоде. Условие удвоения мощности шума в этом случае приводит к уравнению

$$2(2eI_{\text{э.кв.}}\Delta f)R_{\text{с}}^2 = (2eI_{\text{э.кв.}}\Delta f + 2eI_{\text{д}}\Delta f)\left(\frac{R_{\text{с}}R_{\text{д}}}{R_{\text{с}} + R_{\text{д}}}\right)^2,$$

откуда

$$I_{\text{э.кв.}} = \frac{I_{\text{д}}}{1 + 4(R_{\text{с}}/R_{\text{д}}) + 2(R_{\text{с}}/R_{\text{д}})^2} \approx \frac{I_{\text{д}}}{1 + 4R_{\text{с}}/R_{\text{д}}}.$$

Часто $R_{\text{д}}$ бывает настолько велико, что с достаточной точностью можно считать $I_{\text{э.кв.}} = I_{\text{д}}$. Если это не имеет места, то учет конечной величины $R_{\text{д}}$ должен производиться при помощи вышеприведенного выражения,

где f_0 — центральная частота полосы пропускания. Если источник синусоидального сигнала настроен на частоту f_0 , а величина E_1 отрегулирована так, чтобы мощность шума на выходе удвоилась, то

$$\frac{E_1^2}{R_1^2} g_0^2 = \int_0^\infty 2eI_{\text{экр.}} df |g^2(f)| = 2eI_{\text{экр.}} B_{\text{эфф.}} g_0^2, \quad (2.8)$$

где $B_{\text{эфф.}}$ — эффективная полоса пропускания, определяемая выражением

$$B_{\text{эфф.}} = \frac{1}{g_0^2} \int_0^\infty |g^2(f)| df. \quad (2.8a)$$

Величину $B_{\text{эфф.}}$ можно определить, либо интегрируя частотную характеристику приемника, либо сравнивая синусоидальный сигнал с шумом какого-либо стандартного источника, например насыщенного диода.

Обратимся теперь к определению коэффициента шума F усилительного каскада на данной частоте, или, иначе, коэффициента шума для узкой полосы частот. Параллельно проводимости источника g_s на вход каскада подключают насыщенный диод, а выход каскада присоединяют к узкополосному приемнику (его полоса пропускания должна быть не больше $1/6$ полосы пропускания исследуемого каскада) [1]. Для простоты примем, что шум приемника пренебрежимо мал по сравнению с шумом исследуемого каскада. Если для удвоения мощности шума на выходе приемника требуется ток насыщенного диода I_d , то $I_d = I_{\text{ш}}$, где $I_{\text{ш}}$ — входной эквивалентный ток насыщенного диода для исследуемого каскада. Используя (2.7), получим

$$F = \frac{e}{2kT} I_d R_s. \quad (2.9)$$

Изменяя R_s и измеряя F в зависимости от R_s , можно определить сопротивление источника сигнала и, следовательно, требуемую связь между источником и входом каскада для получения минимального коэффициента шума.

Полученный таким образом результат не зависит от полосы пропускания узкополосного приемника; если настройка исследуемого каскада остается неизменной, а коэф-

коэффициент шума измеряется на разных частотах, то можно получить зависимость коэффициента шума от частоты. Соответственно средний коэффициент шума рассматриваемого каскада в широкой полосе частот оказывается зависящим от этой полосы частот. Выражение (2.9), приведенное выше для коэффициента шума на данной частоте, может служить также и для определения среднего коэффициента шума, хотя его вывод теперь уже нельзя считать строгим.

Здесь предполагалось, что шумы исследуемых двухполосников или четырехполосных усилительных каскадов велики по сравнению с собственным шумом измерительного прибора. При несоблюдении этого требования в результаты измерений необходимо вносить поправки, однако обсуждение этого вопроса выходит за рамки настоящей книги (см. [1]).

ЛИТЕРАТУРА

1. Van der Ziel A., Noise, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1954; Ван-дер-Зил А., Флуктуации в радиотехнике и физике, перев. с англ., ГЭИ, 1958.
2. Becking A. G. T., Groendijk H., Knol K. S., *Philips Res. Rep.*, **10**, 349 (1955).
3. Rothe H., Dahlke W., *Proc. IRE*, N. Y., **44**, 811 (1956).
4. Van der Ziel A., *Proc. IRE*, **46**, 1019 (1958); Ван-дер-Зил А., Шумы в плоскостных полупроводниковых триодах, *Радиотехника и электроника за рубежом*, № 1 и 2 (1959).
5. Champlin K. S., *Proc. IRE*, **46**, 779 (1958).
6. Nonnenmacher W., *Nachr. Tech. Z.*, **10**, 559 (1957).

Г Л А В А 3

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

В настоящей главе дается краткий обзор математических методов, применяемых при расчетах шумов, причем основное внимание уделяется расчетам средних значений и коэффициентов корреляции, а также спектральному анализу флуктуирующих величин¹⁾.

РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ, СРЕДНИЕ ЗНАЧЕНИЯ, КОРРЕЛЯЦИЯ

Пусть x —непрерывная случайная величина и

$$dP=f(x) dx \quad (3.1)$$

есть вероятность того, что значение этой величины заключено между x и $x+dx$. Функция $f(x)$ называется функцией распределения плотности вероятности величины x . Функция $f(x)$ удовлетворяет условию нормирования

$$\int f(x) dx=1, \quad (3.1a)$$

где интегрирование производится по всем возможным значениям x .

Средние значения (черта сверху) можно вычислить, если известна функция распределения, например

$$\overline{x^m}=\int x^m dP \quad (m=1, 2, \dots), \quad (3.2)$$

где интегрирование распространяется на все возможные значения x . Наиболее важными значениями являются \overline{x} и $\overline{x^2}$. Если $f(x)$ —функция, симметричная относительно x ,

¹⁾ Результаты приведены без доказательств. Для более детального изучения вопроса рекомендуется работа [1].

то средние значения всех нечетных степеней x равны нулю; если $\overline{x} \neq 0$, то удобно ввести в качестве новой случайной величины разность $x - \overline{x}$.

Если n — дискретная случайная величина, которая может принимать только целые положительные значения, и если $P(n)$ — вероятность принятия значения n , то интегрирование в (3.1a) и (3.2) должно быть заменено суммированием. Условие (3.1a) принимает вид

$$\sum_n P(n) = 1, \quad (3.16)$$

а уравнение (3.2) заменяется выражением

$$\overline{n^m} = \sum_n n^m P(n) \quad (m = 1, 2, \dots). \quad (3.2a)$$

В случае двух непрерывных случайных величин, x и y , вероятность того, что одна из них имеет значение, заключенное между x и $x + dx$, а другая — между y и $y + dy$, определяется по аналогии с (3.1) как

$$dP = f(x, y) dx dy. \quad (3.3)$$

Функция $f(x, y)$ называется совместной функцией распределения плотности вероятности величин x и y . Она удовлетворяет условию нормирования

$$\iint f(x, y) dx dy = 1, \quad (3.3a)$$

где интегрирование распространяется на все возможные значения x и y .

Средние значения определяются тем же способом, что и для одной переменной, т. е.

$$\overline{x^n y^m} = \iint x^n y^m f(x, y) dx dy, \quad (3.4)$$

где интегрирование распространяется на все возможные значения x и y . Обычно $\overline{x} = \overline{y} = 0$, тогда наиболее важными средними значениями являются $\overline{x^2}$, $\overline{y^2}$ и \overline{xy} . Если $\overline{xy} = 0$, то говорят, что случайные величины x и y

некоррелированы; если $\overline{xy} \neq 0$, то говорят, что случайные величины коррелированы и вводят параметр

$$c = \frac{\overline{xy}}{\sqrt{\overline{x^2} \cdot \overline{y^2}}}, \quad (3.5)$$

называемый коэффициентом корреляции. Легко показать, что $-1 \leq c \leq +1$.

Если x и y представляют собой дискретные случайные величины, то в вышеприведенных выражениях интегрирование должно быть заменено суммированием. Если две случайные величины, x и y , частично коррелированы, то y можно представить в виде суммы составляющей ax , полностью коррелированной с x , и составляющей z , некоррелированной с x :

$$y = ax + z, \quad (3.6)$$

где $\overline{x} = \overline{y} = \overline{z} = 0$ и $\overline{xz} = 0$. Если c — коэффициент корреляции этих двух величин, то

$$a = c \left(\frac{\overline{y^2}}{\overline{x^2}} \right)^{1/2}; \quad \overline{z^2} = \overline{y^2} (1 - c^2). \quad (3.6a)$$

Случайный процесс, описываемый зависящей от времени случайной переменной $X(t)$, называется стационарным, если функция распределения $f(X)$ не зависит явно от t ¹⁾. В этом случае средние значения тоже не зависят от t , поскольку

$$\overline{g(X)} = \int_0^\infty g(X) f(X) dX \quad (3.7)$$

и не содержит в явном виде t .

1) Данное автором определение стационарного случайного процесса не совпадает с общепринятыми определениями. Согласно последним [Яглом А. М., *Успехи математических наук*, 7, 5 (51), 1 (1952)], случайный процесс $X(t)$ стационарен в узком смысле, если n -мерное распределение вероятностей для случайных величин $X(t_1), X(t_2), \dots, X(t_n)$ при любом $n \geq 1$ инвариантно по отношению к сдвигу начала отсчета времени. Процесс $X(t)$ стационарен в широком смысле, если первые два момента, $\overline{X(t)}$ и $\overline{X(t)X(t+s)}$, не зависят от t . — Прим. ред.

Определенное таким образом среднее значение называют «средним по ансамблю», т. е. оно является результатом усреднения по большому числу одинаковых систем, подверженных независимым флуктуациям (ансамбль). При стационарном процессе среднее $\overline{g(X)}$ можно также определить как предел

$$\overline{g(X)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T g(X) dt. \quad (3.7a)$$

Оба метода дают одинаковые результаты¹⁾. В наших расчетах среднее значение всегда означает среднее по ансамблю. Однако при измерении шумов производится усреднение по времени в течение достаточно длительного интервала, причем такое усреднение обычно производится самим измерительным прибором (квадратичным детектором с постоянной времени τ).

Для стационарных случайных процессов важной является величина $\overline{X(t)X(t+s)}$, называемая автокорреляционной функцией. Эта функция, конечно, не зависит от времени²⁾ и обладает следующими свойствами:

1. За исключением случая, когда $\overline{X(t)X(t+s)}$ есть дельта-функция от s , эта величина является непрерывной, даже если сама функция $X(t)$ разрывна.

2. $\overline{X(t)X(t+s)} = \overline{X^2(t)}$ при $s=0$.

3. $\overline{X(t)X(t+s)}$ симметрична относительно s .

Если $\overline{X(t)X(t+s)}$ является дельта-функцией от s , то источник шума называют белым источником. Иногда удобно сводить шумовые явления к случаю, когда они описываются белыми источниками.

¹⁾ Это утверждение справедливо только применительно к эргодическим стационарным процессам $X(t)$. Одним из достаточных условий эргодичности является условие Служского

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T c(s) ds = 0,$$

где $c(s)$ — коэффициент автокорреляции, определяемый формулой (3.8) [Служкий Е. Е., *Actual scient. et industr.*, № 738, 33 (1938), см. также Яглом А. М., цитировано выше]. — Прим. ред.

²⁾ См. примечание на стр. 26. — Прим. ред.

Коэффициентом автокорреляции называют величину

$$c(s) = \frac{\overline{X(t)X(t+s)}}{\overline{X^2(t)}}, \quad (3.8)$$

иногда называемую также нормированной функцией автокорреляции (нормирование означает, что $c(s)=1$ при $s=0$).

Применительно к шумам, порождаемым флуктуациями плотности носителей или флуктуациями эмиссии, представляют интерес следующие функции распределения дискретной переменной n ($n=0, 1, 2, \dots$):

1. Биномиальное распределение

Пусть некоторое событие реализуется в форме A с вероятностью p и в форме B с вероятностью $1-p$, и пусть индивидуальные события независимы. Если такие события происходят m раз, то вероятность того, что n из них реализуется в форме A , равна¹⁾

$$P_m(n) = \frac{m!}{n! (m-n)!} p^n (1-p)^{m-n} \quad (3.9)$$

и

$$\bar{n} = mp; \quad \overline{(n - \bar{n})^2} = mp(1-p). \quad (3.9a)$$

2. Распределение Пуассона

Пусть отдельные события независимы и происходят случайно со средней скоростью \bar{n} . Тогда вероятность того, что за данный единичный интервал времени произойдет n таких событий, равна

$$P(n) = \frac{(\bar{n})^n \exp(-\bar{n})}{n!} \quad (3.10)$$

и

$$\overline{(n - \bar{n})^2} = \bar{n}. \quad (3.10a)$$

1) Согласно (3.2a), $\bar{n} = \sum_{n=0}^{\infty} n P_m(n)$; $\bar{n}^2 = \sum_{n=0}^{\infty} n^2 P_m(n)$ и т. д.

В общем случае $\overline{(n - \bar{n})^2} = \bar{n}^2 - 2\bar{n}\bar{n} + \overline{(n)^2} = \bar{n}^2 - (\bar{n})^2$.

3. Нормальное распределение

Пусть события происходят со средней (большой) скоростью \bar{n} , и пусть $(n - \bar{n})^2 = \sigma^2$. Тогда вероятность того, что за данный единичный интервал времени произойдет n событий, равна

$$P(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left[-\frac{(n - \bar{n})^2}{2\sigma^2} \right]. \quad (3.11)$$

Биномиальное и пуассоново распределения сводятся к нормальному при больших значениях n ¹⁾. При $\sigma^2 = \bar{n}$ нормальное распределение называется гауссовым.

В случае непрерывной случайной величины, для которой $\bar{x} = 0$, функция распределения имеет вид

$$dP(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp \left(-\frac{x^2}{2\sigma^2} \right) dx, \quad (3.12)$$

где

$$\sigma^2 = \overline{x^2}. \quad (3.12a)$$

Это выражение называют нормальным законом распределения непрерывной случайной величины.

СПЕКТРАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ФЛУКТУИРУЮЩИХ ВЕЛИЧИН

Пусть $X(t)$ представляет собой случайную переменную, описывающую стационарный случайный процесс; тогда $\overline{X^2(t)}$ не зависит от времени. Среднеквадратичное значение можно записать как

$$\overline{X^2(t)} = \int_0^\infty S(f) df, \quad (3.13)$$

¹⁾ Более строго, соотношение между биномиальным, пуассоновым и нормальным распределениями следующее: первое переходит во второе при $m \rightarrow \infty$ и фиксированном значении $\bar{n} = mp(p \rightarrow 0)$, тогда как второе переходит в третье при $\bar{n} \rightarrow \infty$ и $\Delta n = n - \bar{n} \ll \bar{n}$ (Бунимович В. И., Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах, «Советское радио», 1951). — Прим. ред.

где $S(f)$ — спектральная плотность флуктуирующей величины $X(t)$. Можно показать, что

$$S(f) = 4 \int_0^{\infty} \overline{X(t) X(t+s)} \cos \omega s \, ds \quad (3.14)$$

и что справедливо обратное соотношение

$$\overline{X(t) X(t+s)} = \int_0^{\infty} S(f) \cos \omega s \, df. \quad (3.15)$$

Выражение (3.14) известно под названием теоремы Винера — Хинчина.

Нормированная функция автокорреляции $c(s)$ при этом удовлетворяет соотношению

$$S(f) = 4 \overline{X^2(t)} \int_0^{\infty} c(s) \cos \omega s \, ds, \quad (3.16)$$

откуда следует, что по известным $\overline{X^2(t)}$ и $c(s)$ можно определить спектральную плотность $S(f)$. Таким образом, вычисление $S(f)$ обычно сводится к определению $c(s)$ и $\overline{X^2(t)}$, а определив $S(f)$, по выражению (3.15) можно найти функцию автокорреляции $\overline{X(t) X(t+s)}$.

Спектральная плотность $S(f)$ обладает следующим интересным свойством. Пусть случайный сигнал $X(t)$ подается на вход произвольной линейной системы, имеющей функцию передачи $g(f)$, а с выхода системы снимается сигнал $Y(t)$. Если $S_x(f)$ и $S_y(f)$ представляют собой соответственно спектральные плотности сигналов на входе и выходе, то¹⁾

$$S_y(f) = S_x(f) |g(f)|^2$$

1) Это соотношение служит основой для метода измерения шумов (см. гл. 2, стр. 20—23). Пусть усилитель шумов настроен на частоту $f = f_0$ и его полоса пропускания настолько узка, что в ее пределах $S_x(f) \approx S_x(f_0)$. Тогда

$$\overline{Y^2(t)} = S_x(f_0) \int_0^{\infty} g^2(f) \, df = S_x(f_0) g_0^2 B_{\text{эфф}},$$

где $g_0 = g(f_0)$. Значение g_0 и эффективную полосу пропускания $B_{\text{эфф}}$ можно определить с помощью генератора стандартных сигналов.

и

$$\overline{Y^2(t)} = \int_0^\infty S_x(f) |g(f)|^2 df. \quad (3.17)$$

Величина $S(f)$ связана с коэффициентами Фурье процесса $X(t)$. Пусть $X(t)$ разлагается в ряд Фурье на интервале времени $0 \leq t \leq T$, и пусть $x_n = c_n \cos(\omega_n t + \varphi_n)$ есть n -й член этого ряда, где $\omega_n = 2\pi n/T = 2\pi n \Delta f$ ($n=0, 1, 2, 3, \dots$). Тогда комплексный коэффициент Фурье¹⁾ можно определить в виде

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{2}} c_n \exp(j\varphi_n). \quad (3.18)$$

Обозначая сопряженную комплексную величину звездочкой, получим

$$S(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \overline{T a_n a_n^*} = \lim_{T \rightarrow \infty} \overline{T a_n^2} \quad (3.19)$$

($\overline{a_n^2}$ означает $\overline{a_n a_n^*}$). Если $\Delta f = 1/T$, то при достаточно больших T имеем

$$S(f) \Delta f = \overline{a_n a_n^*}. \quad (3.19a)$$

В случае двух флуктуирующих величин, $X(t)$ и $Y(t)$, с коэффициентами Фурье a_n и b_n получим

$$S_{xx} = \lim_{T \rightarrow \infty} \overline{T a_n a_n^*}; \quad S_{yy} = \lim_{T \rightarrow \infty} \overline{T b_n b_n^*}; \quad S_{xy} = \lim_{T \rightarrow \infty} \overline{T a_n^* b_n}. \quad (3.20)$$

Величины S_{xx} и S_{yy} называются собственными спектральными плотностями, а S_{xy} — перекрестной спектральной плотностью, при этом две первые величины вещественны,

1) Иногда удобнее полагать

$$X(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \exp(j\omega_n t).$$

Нетрудно показать, что

$$\overline{a_n a_n^*} = 2 a_n a_n^*.$$

Этот результат будет использован на стр. 35.

а последняя комплексная. Коэффициент взаимной корреляции комплексных амплитуд коэффициентов

$$c(f) = \frac{S_{xy}}{\sqrt{S_{xx}S_{yy}}} = \frac{\overline{a_n^* b_n}}{\sqrt{\overline{a_n^2} \overline{b_n^2}}} \quad (3.21)$$

также является комплексным. При таком обозначении имеем, например,

$$\begin{aligned} \overline{(a_n + b_n)^2} &= \overline{(a_n + b_n)(a_n^* + b_n^*)} = \\ &= [S_{xx} + S_{yy} + 2\operatorname{Re}(S_{xy})] \Delta f, \end{aligned} \quad (3.22)$$

где $\operatorname{Re}(S_{xy})$ есть вещественная часть S_{xy} .

Это выражение можно также записать в форме

$$\overline{(a_n + b_n)^2} = \overline{a_n^2} + \overline{b_n^2} + 2 \sqrt{\overline{a_n^2} \overline{b_n^2}} \operatorname{Re}(c). \quad (3.22a)$$

Коэффициенты ряда Фурье очень удобны при рассмотрении коррелированных источников шумов; они будут использованы в теории шумов диодов и транзисторов¹⁾.

ТЕОРЕМА КАРСОНА

Пусть зависящая от времени случайная переменная $X(t)$ состоит из большого числа одинаковых независимых друг от друга импульсов $y(t)$, возникающих случайно со средней скоростью λ , и пусть число импульсов, действительно возникающих за 1 сек., подчинено распределению Пуассона. Тогда

$$X(t) = \sum_i y(t-t_i), \quad (3.23)$$

где $y(t-t_i)$ представляет импульс, начинающийся при $t=t_i$, так что $y(t-t_i)=0$ при $t < t_i$. Обозначив

$$F(\omega) = \int_0^\infty y(u) \exp(-j\omega u) du, \quad (3.24)$$

где $u = (t-t_i)$, получим

$$S(f) = 2\lambda |F(\omega)|^2. \quad (3.25)$$

Это выражение называется теоремой Карсона.

1) См. гл. 8—11.

Полученный результат легко распространяется на случай неодинаковых импульсов. Например, рассмотрим случай, когда для отдельных импульсов $F(\omega)$ различно. Тогда (3.25) примет вид

$$S(f) = 2\lambda \overline{|F(\omega)|^2}. \quad (3.25a)$$

В качестве примера рассмотрим случай, когда импульсы имеют некоторое распределение длительностей τ . Пусть $g(\tau) d\tau$ есть вероятность того, что данный импульс имеет длительность между τ и $(\tau + d\tau)$, так что

$$\int_0^{\infty} g(\tau) d\tau = 1$$

и

$$S(f) = 2\lambda \int_0^{\infty} |F_{\tau}(\omega)|^2 g(\tau) d\tau, \quad (3.26)$$

где $F_{\tau}(\omega)$ представляет величину (3.24) для импульса с длительностью τ .

Использование этой теоремы рассмотрим на примере спонтанных флуктуаций числа n электронов, эмитируемых катодом за 1 сек. В этом случае n подчинено распределению Пуассона, а $y(t-t_i)$ есть дельта-функция $\delta(t-t_i)$, так что $|F(\omega)| = 1$. Соответственно спектральная плотность флуктуаций $\Delta n = (n - \bar{n})$ равна¹⁾

$$S_n(f) = 2n. \quad (3.27)$$

УРАВНЕНИЕ ЛАНЖЕВЕНА ДЛЯ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Согласно (3.16), спектральная плотность зависящей от времени случайной переменной $X(t)$ известна, если известны $\overline{X^2(t)}$ и коэффициент автокорреляции $c(s)$. Обычно $\overline{X^2(t)}$ удается определить из статистических рассмотрений, тогда как $c(s)$ можно определить из дифференциального уравнения, впервые полученного Ланжевеном и носящего

¹⁾ Это является основой теоремы Шоттки. Например, в случае насыщенного диода, где каждый электрон несет заряд e , ток $I_0 = e\bar{n}$ и спектральная плотность флуктуаций тока $I(t)$ равна

$$S_I(f) = e^2 S_n(f) = 2e^{2n} = 2eI_0.$$

его имя. Ниже излагается (без доказательства) этот способ определения автокорреляционной функции.

Уравнение Ланжевена составляется путем добавления к макроскопическому дифференциальному уравнению рассматриваемой системы случайного возмущающего члена $H(t)$, описывающего флуктуации. Статистические рассуждения обычно дают достаточную для решения задачи информацию об $H(t)$. В общем случае дифференциальное уравнение представляет собой линейное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами. Даже в тех случаях, когда уравнение является нелинейным, его обычно можно линеаризовать, поскольку представляют интерес лишь малые флуктуации.

Пусть $u(t)$ есть флуктуирующая реакция системы на возмущение $H(t)$; тогда дифференциальное уравнение системы можно представить в следующей операторной форме:

$$L(p)u(\dot{t})=H(t), \quad (3.28)$$

где $L(p)$ — полином n -й степени; $p=d/dt$.

Если $\overline{H(t)H(t+s)}$ представляет собой дельта-функцию, умноженную на постоянную (что соответствует источнику белых возмущений), то (3.28) приводит к следующему дифференциальному уравнению для $c(s)$:

$$L(p')c(s)=0, \quad (3.29)$$

где $p'=d/ds$. Начальным условием служит $c(s)=1$ при $s=0$ (нормирование). Если дифференциальное уравнение имеет порядок выше первого, то необходимо использовать условия для производных $c(s)$; например, в случае уравнения второго порядка следует учесть, что $dc(s)/ds=0$ при $s=0$. Подставляя $c(s)=\exp(\lambda s)$, получим

$$L(\lambda)=0. \quad (3.29a)$$

Корни этого уравнения определяют дозволённые значения λ_i величины λ ($i=1, 2, \dots, n$). Таким образом, полное решение уравнения имеет вид

$$c(s)=\sum_{i=1}^n A_i \exp(\lambda_i s), \quad (3.29b)$$

где коэффициенты A_i определяются из начальных условий для $c(s)$.

Из уравнения Ланжевена следует также, что $c(s)$ можно представить в виде

$$c(s) = \frac{\overline{X(s)}^{X_0}}{X_0}, \quad (3.30)$$

если $H(t)$ соответствует источнику белого возмущения. Здесь $\overline{X(s)}^{X_0}$ представляет собой среднее значение $X(t)$ при $t=s$, взятое по тем элементам ансамбля, для которых $X(t)=X_0$ при $t=0$. Таким образом, $c(s)$ представляет собой ту часть флуктуации при $t=0$, которая в среднем еще существует при $t=s$.

К уравнению Ланжевена может быть также непосредственно применен спектральный метод Фурье. Это позволяет выразить спектральную плотность $S_u(f)$ реакции системы $u(t)$ через спектральную плотность $S_H(f)$ возмущения $H(t)$ произвольного вида для уравнений Ланжевена произвольного порядка, не налагая ограничений на производные $c(s)$.

Для $0 \leq t \leq T$ имеем

$$H(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \alpha_n \exp(j\omega_n t); \quad u(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} \beta_n \exp(j\omega_n t), \quad (3.31)$$

где $\omega_n = 2\pi n$ ($n=0, \pm 2, \dots$).

При такой записи

$$S_H(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \overline{2T \alpha_n \alpha_n^*}; \quad S_u(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \overline{2T \beta_n \beta_n^*}. \quad (3.32)$$

Подстановка выражения (3.31) в (3.28) дает

$$\beta_n = \frac{\alpha_n}{L(j\omega)} \quad \text{и} \quad S_u(f) = \frac{S_H(f)}{|L(j\omega)|^2}, \quad (3.33)$$

где $L(j\omega)$ определяется путем подстановки $p' = j\omega$ в $L(p')$.

Если $\overline{H(t)H(t+s)}$ является дельта-функцией с неизвестным множителем, а $\overline{u^2}$ известно, то на основании соотношения

$$\overline{u^2} = \int_0^\infty S_u(f) df = S_H(f) \int_0^\infty \frac{df}{|L(j\omega)|^2} \quad (3.34)$$

можно определить $S_H(f)$.

Часто встречается дифференциальное уравнение первого порядка следующего вида:

$$\frac{du}{dt} = -\beta u + H(t), \quad (3.35)$$

где β — положительная постоянная, а $\overline{H(t)H(t+s)}$ является дельта-функцией от s ; в этом случае справедливы следующие выражения:

$$c(s) = \exp(-\beta s); \quad S_u(f) = \frac{4\bar{u}^2\beta}{\omega^2 + \beta^2}; \quad S_H(f) = 4\bar{u}^2\beta. \quad (3.36)$$

В качестве примера рассмотрим шум, создаваемый параллельным соединением N_d независимых случайных выключателей, каждый из которых пропускает ток I_1 в замкнутом состоянии и нулевой ток при разомкнутом состоянии [2]. Пусть для интервала времени dt вероятность замыкания разомкнутого выключателя равна dt/γ_1 , а вероятность размыкания замкнутого выключателя равна dt/γ_2 . Пусть в среднем число разомкнутых выключателей равно N_1 , а число замкнутых выключателей — N_2 , и пусть при $t=0$ дополнительно разомкнуты ΔN_1 выключателей; тогда

$$d(\Delta N_1) = -(N_1 + \Delta N_1) \frac{dt}{\gamma_1} + (N_2 - \Delta N_1) \frac{dt}{\gamma_2} + H(t) dt, \quad (3.37)$$

где случайная функция $H(t)$ характеризует спонтанные флуктуации скорости размыкания или замыкания выключателей.

Усредняя это уравнение и учитывая, что $(N_1 + N_2) = N_d$, получим¹⁾

$$\frac{N_1}{\gamma_1} = \frac{N_2}{\gamma_2} \quad \text{или} \quad N_1 = N_d \frac{\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2}; \quad N_2 = N_d \frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2}. \quad (3.38)$$

Таким образом, уравнение (3.37) принимает вид

$$\frac{d(\Delta N_1)}{dt} = -\frac{\Delta N_1}{\tau_0} + H(t); \quad \frac{1}{\tau_0} = \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}. \quad (3.39)$$

¹⁾ Средние значения $\overline{\Delta N_1}$ и $\overline{H(t)}$ равны нулю. — Прим. ред.

Используя (3.36), получим

$$c(s) = \exp\left(-\frac{s}{\tau_0}\right). \quad (3.40)$$

Кроме того, ΔN_1 имеет биномиальное распределение с $p =$

$$= \frac{N_1}{N_d} = \frac{\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} \quad \text{и} \quad 1-p = \frac{N_2}{N_d} = \frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2}, \quad \text{так что}$$

$$\overline{\Delta N_1^2} = N_d p(1-p) = N_d \frac{\gamma_1 \gamma_2}{(\gamma_1 + \gamma_2)^2}. \quad (3.41)$$

Используя теорему Винера—Хинчина (3.14), получим

$$S_n(f) = 4N_d \frac{\gamma_1 \gamma_2}{(\gamma_1 + \gamma_2)^2} \frac{\tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2}; \quad (3.42)$$

спектральная плотность флуктуаций тока определяется выражением¹⁾

$$S_i(f) = 4I_1^2 N_d \frac{\gamma_1 \gamma_2}{(\gamma_1 + \gamma_2)^2} \frac{\tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2}. \quad (3.43)$$

УРАВНЕНИЕ ЛАНЖЕВЕНА ДЛЯ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

Метод Ланжевена легко распространяется на функции нескольких переменных, причем наиболее частым является случай, когда флуктуирующая величина представляет собой функцию $X(r, t)$ положения, определяемого радиусом-вектором r , и времени t . Метод и на этот раз заключается в составлении макроскопического дифференциального уравнения системы, к которому добавляется случайный возмущающий член $H(r, t)$. Решение задачи оказывается относительно простым, если функции $\overline{H(r, t)H(r', t)}$ и $\overline{H(r, t)H(r, t')}$ являются соответственно дельта-функциями по координатам пространства и по времени. Эти функции обычно могут быть разложены по полной системе собственных функций, связанных с данными уравнениями и граничными условиями²⁾.

¹⁾ Этот результат используется в гл. 4 (стр. 43) и в гл. 8 (стр. 156), причем в последнем случае $N_d = 1$.

²⁾ Пример дан в гл. 4, стр. 55—59.

Другой случай задачи с несколькими переменными встречается при рассмотрении флуктуаций населенностей различных энергетических уровней. Эта задача приводит к системе совместных уравнений Ланжевена, в которых переменными служат флуктуирующие населенности уровней ¹⁾.

ЛИТЕРАТУРА

1. Van der Ziel A., Noise, New Jersey; Prentice Hall, 1954. Перев. с англ. А. Ван-дер-Зил; Флуктуации в радиотехнике и физике, ГЭИ, 1958.
2. Machlup S., *J. Appl. Phys.*, 25, 341 (1954).

¹⁾ См. гл. 4, стр. 59—62.

ГЕНЕРАЦИОННО-РЕКОМБИНАЦИОННЫЙ ШУМ В СЛУЧАЕ ТЕПЛОВОГО РАВНОВЕСИЯ

В настоящей главе рассматриваются флуктуации плотности носителей относительно уровня, соответствующего тепловому равновесию; механизм, приводящий к шуму типа $1/f$, рассмотрен в гл. 5.

ШУМ, ВЫЗЫВАЕМЫЙ ФЛУКТУАЦИЯМИ СОПРОТИВЛЕНИЯ

Существует целая группа механизмов возникновения шума, при которых флуктуации тока можно связать с флуктуациями активного сопротивления. Например, сюда относится механизм возникновения шумов вследствие флуктуаций плотности носителей, а также контактных шумов.

Пусть сопротивление R обладает флуктуациями δR и через него протекает постоянный ток I . Тогда в цепи возникает э. д. с. шума $\delta V = I \delta R$; этот шум можно также представить генератором тока $\delta I = \frac{\delta V}{R}$, включенным параллельно R . Среднеквадратичные значения δV и δI равны

$$\overline{\delta V^2} = I^2 \overline{\delta R^2} \quad \text{и} \quad \overline{\delta I^2} = I^2 \frac{\overline{\delta R^2}}{R^2}. \quad (4.1)$$

Таким образом, обе эти величины пропорциональны I^2 , если сопротивление R линейно¹⁾, а $\overline{\delta R^2}$ не зависит от I . Если же R является нелинейным сопротивлением или $\overline{\delta R^2}$ зависит от I , то зависимость $\overline{\delta V^2}$ и $\overline{\delta I^2}$ от тока будет уже иная. Соотношения (4.1) подтверждены рядом экспериментов.

¹⁾ То есть не зависит от I . — *Прим. ред.*

Теперь рассмотрим случай, когда флуктуации сопротивления связаны с флуктуациями плотности носителей. Пусть полупроводниковый образец имеет длину L и площадь поперечного сечения A . Проводимость этого образца равна

$$\sigma = e\mu n_0, \quad (4.2)$$

его сопротивление будет

$$R = \frac{L}{Ae\mu n_0} = \frac{L^2}{e\mu N_0}, \quad (4.2a)$$

где

e — заряд электрона;

μ — подвижность;

n_0 — средняя плотность носителей;

$N_0 = ALn_0$ — среднее общее число носителей в данном образце.

Таким образом, $R = \frac{C}{N}$, где N флуктуирует около равновесного значения N_0 , а C зависит от формы образца и его материала.

Пусть $\delta N = (N - N_0)$ — флуктуация общего числа носителей, и пусть $\overline{\delta N^2} = \alpha N_0$; тогда флуктуация сопротивления равна

$$\delta R = -R \frac{\delta N}{N_0}; \quad \overline{\delta R^2} = R^2 \frac{\overline{\delta N^2}}{N_0^2} = \frac{\alpha}{C} R^3. \quad (4.3)$$

Подстановка (4.3) в (4.1) дает

$$\overline{\delta V^2} = \frac{\alpha}{C} I^2 R^3; \quad \overline{\delta I^2} = \frac{\alpha}{C} I^2 R, \quad (4.4)$$

а используя уравнение (4.2a) с учетом $C = \frac{L^2}{e\mu}$, получим

$$\overline{\delta I^2} = \frac{\alpha I^2}{ALn_0} = \frac{\alpha I^2}{N_0}. \quad (4.5)$$

Таким образом, $\overline{\delta I^2}$ обратно пропорционально объему образца AL или общему числу $N_0 = ALn_0$ носителей в нем. Отсюда становится понятным, например, почему шум типа $\frac{1}{f}$ оказывается столь важным для полупроводников с малым объемом или для тонкослойных полупроводников; в дейст-

вительности другие явления еще более усиливают этот эффект.

Выполняя анализ Фурье для шума и определяя для данного полупроводникового образца шумовое сопротивление $R_{\text{ш}}$ и эквивалентный ток насыщенного диода $I_{\text{экр.}}$, получим

$$R_{\text{ш}} = \text{const } I^2 R^3; \quad I_{\text{экр.}} = \text{const } I^2 R. \quad (4.6)$$

ПРОСТОЕ РАССМОТРЕНИЕ ПРОБЛЕМЫ. ПРЕЖНИЕ ТЕОРИИ

Рассмотрим образец из полупроводникового материала n -типа с двумя плоскими электродами, 1 и 2. Пусть в нем содержится N_d доноров и N свободных электронов, причем N флуктуирует относительно равновесного значения N_0 , L —длина образца, V —приложенное к нему напряжение, $E = V/L$ —напряженность поля и μ —подвижность носителей; тогда скорость дрейфа носителей равна μE , а среднее время дрейфа τ_d на длине L равно

$$\tau_d = \frac{L}{\mu E}. \quad (4.7)$$

Импульс тока, создаваемый носителем, который возникает в момент $t = t_0$ и дрейфует в течение интервала времени τ , определяется выражением

$$I(t) = I_1 = \frac{e}{\tau_d} = \frac{e\mu E}{L} \quad \text{при } t_0 < t < t_0 + \tau, \quad (4.8)$$

тогда как вне этого интервала $I(t) = 0$ ¹⁾. Обычно принимают, что имеет место экспоненциальное распределение $g(\tau) d\tau$ времен жизни, а именно

$$g(\tau) d\tau = \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_0}\right) d\left(\frac{\tau}{\tau_0}\right), \quad (4.9)$$

1) Выражение (4.8) отображает тот факт, что при движении носителя от одного электрода к другому перемещается полный заряд электрона e .

где τ_0 — среднее время жизни носителей. Это допущение эквивалентно выбору коэффициента автокорреляции вида

$$c(s) = \exp\left(-\frac{s}{\tau_0}\right). \quad (4.9a)$$

Согласно теореме Винера—Хинчина, спектральная плотность $S_N(f)$ флуктуаций ΔN числа N равна

$$S_N(f) = 4\overline{\Delta N^2} \frac{\tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2}; \quad (4.10)$$

спектральная плотность $S_i(f)$ флуктуаций тока в свою очередь имеет вид

$$S_i(f) = I_1^2 S_N(f) = 4I_1^2 \overline{\Delta N^2} \frac{\tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2}, \quad (4.10a)$$

где I_1 — ток, протекающий во время существования отдельного импульса.

Поскольку общий ток I_d равен

$$I_d = N_0 I_1, \quad (4.8a)$$

выражение (4.10a) можно представить в виде

$$S_i(f) = 4I_d^2 \frac{\overline{\Delta N^2}}{N_0^2} \frac{\tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2}. \quad (4.11)$$

Таким образом, задача решается путем вычисления $\overline{\Delta N^2}$ и τ_0 . При достаточно малых $\overline{\Delta N^2}$ и (или) τ_0 флуктуации практически не наблюдаются.

Первое решение этой задачи принадлежит Бернамонту [1], который принял, что отдельные носители тока являются независимыми и N имеет распределение Пуассона. Поскольку для распределения Пуассона $\overline{\Delta N^2} = N_0$, имеем

$$S_i(f) = 4 \frac{I_d^2}{N_0} \frac{\tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2}. \quad (4.11a)$$

Бернамонт использовал этот результат для объяснения полученных им данных о шумах угольных сопротивлений и сопротивлений в виде тонких пленок. В настоящее время главным образом благодаря работе Кристенсена и

Пирсона [2] известно, что шум в этих устройствах является контактным, а не генерационно-рекомбинационным. Однако результаты Бернамонта пригодны для некоторых разновидностей генерационно-рекомбинационных шумов в полупроводниках.

Гизольф [3] принял, что все импульсы имеют одинаковую продолжительность; в этом случае

$$S_i(f) = 2 \frac{I_d^2}{N_0} \left(\frac{\sin 1/2 \omega \tau}{1/2 \omega \tau} \right)^2. \quad (4.12)$$

Умножение правой части на $g(\tau) d\tau$ и интегрирование по τ приводит, как показал Ван-дер-Зил [4], к выражению (4.11а). Таким образом, теории Гизольфа и Бернамонта являются эквивалентными и различаются лишь сделанными в них предположениями о длительности импульсов.

На самом деле допущение о распределении N по закону Пуассона не может быть верным, так как в большинстве полупроводников n -типа при комнатной температуре все доноры ионизированы, так что N вообще едва флуктуирует. Поэтому автор [5] принял, что N имеет биномиальное распределение, которое в данном случае вполне разумно: носитель может быть связан с ионизированным донором с вероятностью p или может быть свободен с вероятностью $1-p$. Тогда

$$N_0 = N_d(1-p)$$

и

$$\overline{\Delta N^2} = N_d p(1-p) = N_0 p,$$

так что

$$S_i(f) = \frac{4I_d^2 p}{N_0} \frac{\tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2}. \quad (4.11б)$$

Тот же результат следует из теории случайных замыканий, развитой в гл. 3 (стр. 35—37). При этом в выражении (3.43) следует произвести следующую замену обозначений:

$$N_2 = N_d \frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} = N_0; \quad I_1 = \frac{I_d}{N_0}; \quad \frac{\gamma_1}{\gamma_1 + \gamma_2} = p. \quad (4.13)$$

Подставляя эти соотношения в (3.43), получаем (4.11б), что было впервые показано Маклупом [6].

Уравнение (4.116) свидетельствует о том, что генерационно-рекомбинационный шум рассматриваемого типа возникает только в том случае, если p заметно отличается от нуля, что может иметь место при низких температурах¹⁾. Оно объясняет, следовательно, почему такой шум не наблюдается при комнатной температуре. В действительности формула (4.116) неверна, поскольку отдельные носители нельзя считать независимыми, как показано на стр. 45—50.

Аналогичная форма рекомбинационного шума должна наблюдаться в материалах (с проводимостью, близкой к собственной), в которых плотность носителей может флуктуировать вследствие случайного характера генерации и рекомбинации дырочно-электронных пар. Пусть материал обладает незначительной проводимостью n -типа, имея N_d доноров, N свободных электронов и P свободных дырок; тогда $N = N_d + P$ вследствие условия нейтральности объемного заряда. Обозначим через N_0 и P_0 соответствующие равновесные значения, а через μ_n и μ_p — соответствующие подвижности. Поскольку электроны и дырки исчезают и возникают парами, импульс тока $I(t)$, вызываемый генерацией отдельной дырочно-электронной пары в момент t_0 и рекомбинацией в момент $t_0 + \tau$, описывается выражением

$$I(t) = I_1 = e(\mu_n + \mu_p) \frac{E}{L} \text{ для } t_0 < t < (t_0 + \tau), \quad (4.14)$$

и $I(t) = 0$ вне этого интервала, что аналогично уравнению (4.8). В общий ток I_d дырочно-электронные пары дают вклад, равный I_p , в то время как N_d непарных электронов дают вклад, равный $I_d - I_p$, следовательно,

$$I_p = \frac{e(\mu_n + \mu_p) E}{L} P_0; \quad I_d - I_p = \frac{e\mu_n E}{L} N_d. \quad (4.14a)$$

Принимая опять коэффициент автокорреляции в виде $c(s) = \exp(-s/\tau_0)$, где τ_0 — среднее время жизни пар, получим

$$S_i(f) = 4I_1^2 \overline{\Delta P^2} \frac{\tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2}, \quad (4.15)$$

¹⁾ Рассматриваемое явление наблюдалось при низких температурах Джебби [7] и Фассеттом [8].

поскольку в этом случае $\Delta N = \Delta P$. На стр. 49 показано, что

$$\overline{\Delta N^2} = \overline{\Delta P^2} = \frac{N_0 P_0}{N_0 + P_0}. \quad (4.16)$$

Подставляя это в (4.15) и группируя члены, получим

$$S_i(f) = \frac{4I_d^2 (b+1)^2}{(bN_0 + P_0)^2} \frac{N_0 P_0}{N_0 + P_0} \frac{\tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2}. \quad (4.15a)$$

где $b = \mu_n / \mu_p$. Этот результат впервые получен Херцогом и Ван-дер-Зилом [9, 10].

Ван-дер-Зил [11] предположил вместо этого, что отдельные носители тока независимы и что число P подчинено статистике Пуассона¹⁾, так что $\overline{\Delta P^2} = P_0$. Это согласуется с (4.16) при $N_0 \gg P_0$ или при $P_0 \gg N_0$, однако при $N_0 = P_0$ (материал с собственной проводимостью) различие становится заметным.

ФЛУКТУАЦИИ ПЛОТНОСТИ НОСИТЕЛЕЙ

Произведем более детальное рассмотрение флуктуаций плотности носителей, приводящее к выводу, что отдельные носители нельзя считать независимыми; используемый метод развит Берджесом [12, 14].

Пусть в проводящей зоне имеется N электронов; вероятность генерации добавочного электрона за время dt равна $g(N) dt$, а вероятность выхода электрона из зоны за время dt равна $r(N) dt$. Если $P(N)$ — вероятность пребывания N электронов в зоне, то

$$\begin{aligned} \frac{dP(N)}{dt} = & r(N+1)P(N+1) + g(N-1)P(N-1) - \\ & - P(N)[g(N) + r(N)]. \end{aligned} \quad (4.17)$$

¹⁾ Предположение о независимости носителей приводит к биномиальному закону распределения, который в свою очередь сводится к распределению Пуассона вследствие очень малой вероятности перехода электрона в проводящую зону и создания свободной дырки. Уравнение (4.16) означает, что допущение о независимости носителей несправедливо.

При равновесии $dP(N)/dt=0$; это приводит к равновесному распределению вида

$$\frac{P(N)}{P(0)} = \frac{\prod_{v=0}^{N-1} g(v)}{\prod_{v=1}^N r(v)}, \quad (4.18)$$

справедливость которого может быть проверена подстановкой. Наиболее вероятное значение N_0 величины N можно найти, приравняв нулю производную $d[\ln P(N)]/dN$. Согласно (4.18), это дает, как и следовало ожидать,

$$\ln \frac{g(N_0)}{r(N_0+1)} = 0, \quad \text{или} \quad g(N_0) = r(N_0) = g_0 \quad (4.18a)$$

(N_0 —велико). Так как для N , близких к N_0 , $P(N)$ можно записать в форме нормального закона, т. е.

$$P(N) = P(N_0) \exp \left[-\frac{(N - N_0)^2}{2(N - N_0)^2} \right],$$

то величина $\overline{(N - N_0)^2}$ может быть определена из соотношения

$$\frac{d^2}{dN^2} [\ln P(N)]_{N=N_0} = \frac{g'(N_0) - r'(N_0)}{g(N_0)} = -\frac{1}{\overline{(N - N_0)^2}}, \quad (4.18b)$$

откуда

$$\overline{\Delta N^2} = \overline{(N - N_0)^2} = \frac{g(N_0)}{r'(N_0) - g'(N_0)}, \quad (4.19)$$

где g' и r' означают производные по N .

Избыточная концентрация $\Delta N = N - N_0$ убывает во времени согласно дифференциальному уравнению

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (\Delta N) &= g(N) - r(N) + H(t) = \\ &= -[r'(N_0) - g'(N_0)] \Delta N + H(t), \end{aligned} \quad (4.20)$$

которое можно записать также в виде

$$\frac{d}{dt} (\Delta N) + \frac{\Delta N}{\tau_0} = H(t), \quad (4.21)$$

где постоянная времени τ_0 определяется выражением

$$\tau_0 = \frac{1}{r'(N_0) - g'(N_0)}, \quad (4.21a)$$

так что

$$\overline{\Delta N^2} = g_0 \tau_0. \quad (4.19a)$$

Уравнение (4.21) определяет коэффициент автокорреляции

$$c(s) = \exp\left(-\frac{s}{\tau_0}\right) \text{ для } s > 0, \quad (4.21b)$$

поэтому

$$S_N(f) = 4\overline{\Delta N^2} \frac{\tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2} = 4g_0 \frac{\tau_0^2}{1 + \omega^2 \tau_0^2}. \quad (4.22)$$

Таким образом, формула (4.10) полностью подтверждается. Формулу (4.22) можно доказать также с помощью выражения (3.33), если $H(t)$ имеет спектральную плотность:

$$S_H(f) = 2g(N_0) + 2r(N_0) = 4g_0. \quad (4.22a)$$

Это выражение легко понять, если учесть, что $S_H(f)$ создается флуктуациями скорости генерации $g(N)$ и скорости рекомбинации $r(N)$, причем для этих флуктуаций справедлива теория дробового шума, так что их спектральные плотности соответственно равны $2g(N_0)$ и $2r(N_0)$. Этот результат имеет весьма общий характер.

Вообще

$$g(N) = a_0 - aN; \quad r(N) = bN + cN^2, \quad (4.23)$$

поэтому

$$\tau_0 = \frac{1}{a + b + 2cN_0}; \quad \overline{\Delta N^2} = N_0 \frac{b + cN_0}{a + b + 2cN_0}. \quad (4.23a)$$

Используем теперь эти выводы для некоторых практических случаев.

а. Полупроводник *n*-типа; количество свободных дырок пренебрежимо мало

В этом случае вероятность $g(N)$ пропорциональна числу нейтральных доноров $N_d - N$, а вероятность $r(N)$ пропорциональна произведению числа ионизированных

доноров N на число свободных электронов N . Таким образом;

$$g(N) = \gamma(N_d - N), \quad r(N) = \rho N^2, \quad (4.24)$$

так что

$$\gamma(N_d - N_0) = \rho N_0^2, \quad (4.24a)$$

$$\overline{\Delta N^2} = \overline{(N - N_0)^2} = \frac{N_0(N_d - N_0)}{2N_d - N_0} \quad (4.25)$$

и

$$\tau_0 = \frac{1}{\gamma + 2\rho N_0}. \quad (4.26)$$

Эти соотношения иллюстрируют отклонение от биномиального закона. При $N_0 \simeq N_d$ (комнатная температура) имеем $\overline{(N - N_0)^2} \simeq N_d - N_0$, поэтому биномиальное распределение приблизительно правильно; при $N_0 \ll N_d$ (низкие температуры) получим $\overline{(N - N_0)^2} = \frac{1}{2}N_0$, что составляет половину величины, предсказываемой биномиальным распределением.

Уравнение (4.26) можно записать в виде

$$\tau_0 = \frac{1}{\rho(2N_d - N_0)} \frac{N_d - N_0}{N_0}. \quad (4.26a)$$

Для очень низких температур $N_0 \ll N_d$ и

$$\tau_0 \simeq \frac{1}{2\rho N_0}, \quad (4.26б)$$

тогда как для высоких температур $N_0 \simeq N_d$ и

$$\tau_0 = \frac{N_d - N_0}{\rho N_0^2} \simeq \frac{1}{\gamma}. \quad (4.26в)$$

Оба выражения быстро убывают с ростом температуры: первое вследствие температурной зависимости N_0 , а второе — в результате температурной зависимости γ ; значение τ_0 , определяемое выражением (4.26в), должно быть очень малым. Таким образом, отсутствие этой формы шума при комнатной температуре объясняется двумя причинами: и $\overline{\Delta N^2}$ очень мало, и τ_0 тоже очень мало.

6. Полупроводник *n*-типа при комнатной температуре с проводимостью, близкой к собственной

В этом случае все N_d донорных уровней ионизированы. Пусть N —число свободных электронов, а $P=N-N_d$ —число свободных дырок. Обозначим их равновесные значения через N_0 и $P_0=N_0-N_d$. В этом случае вероятность g постоянна, а вероятность r пропорциональна произведению NP , поскольку все флуктуации обусловлены возникновением и рекомбинацией электронно-дырочных пар. Таким образом,

$$g=g_0=\text{const}, \quad r=\rho NP=\rho N(N-N_d), \quad (4.27)$$

и при равновесии

$$g_0=\rho N_0(N_0-N_d), \quad (4.27a)$$

в то время как

$$\overline{\Delta N^2}=\overline{\Delta P^2}=\overline{(N-N_0)^2}=\overline{(P-P_0)^2}=\frac{N_0 P_0}{N_0+P_0} \quad (4.28)$$

и

$$\tau_0=\frac{1}{\rho(N_0+P_0)}. \quad (4.29)$$

Если материал находится в состоянии, относительно далеко от собственной проводимости, то $P_0 \ll N_d$ и тогда $\overline{\Delta N^2}=\overline{\Delta P^2}=P_0$, что следует из биномиального приближения, а $1/\tau_0=\rho N_d$, причем эта величина не должна зависеть от температуры, если от нее не зависит ρ . Однако если материал обладает полной собственной проводимостью (беспримесный), то $N=P$ и тогда $\overline{\Delta N^2}=\overline{\Delta P^2}=1/2 P_0$, т. е. составляет половину величины, предсказываемой биномиальным распределением. Кроме того, поскольку в этом случае $1/\tau_0 \simeq 2\rho P_0$, можно ожидать существенного уменьшения времени жизни τ_0 с возрастанием температуры.

в. Полупроводник *n*-типа, имеющий N_d доноров и N_t ловушек

Пусть все N_d доноров ионизированы. В этом случае $N_t=N_t-N_d+N$ —число свободных ловушек, а

$N_{t2} = N_d - N = N_t - N_{t1}$ — число заполненных ловушек¹⁾. При этом вероятность g пропорциональна числу заполненных ловушек N_{t2} , а вероятность r пропорциональна произведению числа свободных электронов N на число свободных ловушек N_{t1} .

Таким образом,

$$g = \gamma (N_d - N); \quad r = \rho N (N_t - N_d + N), \quad (4.30)$$

и при равновесии

$$\gamma (N_d - N_0) = \rho N_0 (N_t - N_d + N_0), \quad (4.30a)$$

откуда следует

$$\overline{(N - N_0)^2} = \overline{(N_{t1} - N_{t10})^2} = \overline{(N_{t2} - N_{t20})^2} = \left(\frac{1}{N_0} + \frac{1}{N_{t1}} + \frac{1}{N_{t2}} \right)^{-1}. \quad (4.31)$$

Этот результат сводится к тому, который следовало бы ожидать при использовании биномиального закона, если одна из трех величин намного превышает две другие. Уравнение (4.11б) остается формально справедливым и для этого случая, однако $1 - p$ в общем случае не является вероятностью того, что носитель свободен.

Значение τ_0 теперь определяется выражением

$$\tau_0 = \frac{1}{\rho (N_{t1} + N_0 + N_0 N_{t1} / N_{t2})}. \quad (4.32)$$

При низких температурах и при $N_t > N_d$ величина N_0 очень мала и, следовательно, $1/\tau_0 \simeq \rho N_{t1} \simeq \rho (N_t - N_d)$, т. е. τ_0 не зависит от температуры, если ρ тоже от нее не зависит. При низких температурах и при $N_t < N_d$ величина N_{t1} очень мала и $N_0 \simeq N_d - N_t$, если только температура не настолько низка, что не все донорные уровни ионизированы. Тогда $1/\tau_0 \simeq \rho N_0$ и, следовательно, τ_0 опять не зависит от температуры. При высоких температурах N_{t2} очень мало, поэтому $N_{t1} \simeq N_t$ и $N_0 \simeq N_d$; величина $\tau_0 \simeq N_{t2} / \rho N_d N_t$ и быстро убывает с ростом температуры.

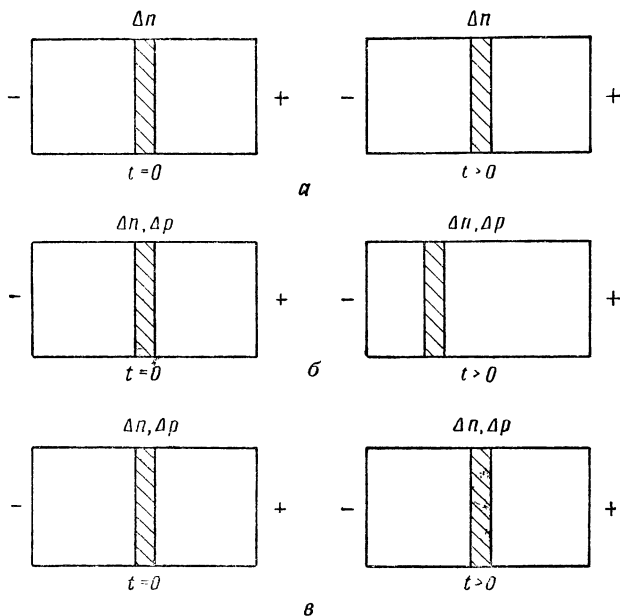
Берджес [13] предложил также термодинамический метод анализа флуктуаций концентрации носителей, од-

¹⁾ Так как некоторые электроны захвачены ловушками, $N < N_d$.

нако этот метод здесь не рассматривается, поскольку даваемые им результаты совпадают с результатами вышеизложенного статистического метода.

АМБИПОЛЯРНЫЕ ЭФФЕКТЫ

Если среднее время жизни носителей τ_0 соизмеримо с временем их дрейфа через объем полупроводника под действием наложенного внешнего поля, то имеет место



Фиг. 4.1. Движение избыточных носителей.

а — в сильно легированном материале *n*-типа; *б* — в материале с проводимостью, близкой к собственной; *в* — в материале с собственной проводимостью.

интересное отклонение от экспоненциальной автокорреляционной функции $\exp(-s/\tau_0)$. Фиг. 4.1 иллюстрирует перемещение избыточных носителей под действием наложенного поля в случаях, когда полупроводник

n-типа сильно легирован, близок к собственной проводимости и имеет полную собственную проводимость. Пусть в момент $t=0$ избыточные носители возникают где-либо внутри образца в слое Δx . Их дальнейшее поведение зависит от характера материала. Приводимое ниже рассмотрение основано на статье Хилла и Ван-Флита [15].

В случае сильно легированного материала *n*-типа (фиг. 4.1, а) избыточные носители выходят из донорных уровней, так что положительный заряд остается фиксированным. Электроны, движущиеся из слоя Δx к положительному электроду, замещаются другими, причем сохраняется нейтральность объемного заряда; поэтому область увеличенной проводимости $\Delta\sigma$ остается на том же месте, но уменьшается в размерах вследствие рекомбинации между свободными электронами и ионизированными донорами.

В случае материала, близкого к состоянию собственной проводимости (фиг. 4.1, б), избыточные носители возникают в виде электронно-дырочных пар, причем оба типа носителей подвижны. Электроны, движущиеся направо, в область пониженной проводимости, не создают там увеличения концентрации электронов, так как одновременно с этим процессом (точнее, в пределах времени порядка длительности диэлектрической релаксации) другие электроны выходят из этой области и нейтральность объемного заряда сохраняется. Однако дырки, движущиеся влево, в значительной части нейтрализуются электронами, текущими навстречу, и вследствие этого слой увеличенной проводимости движется к отрицательному электроду. Это явление строго описывается уравнением амбиполярного переноса избыточных носителей [16]:

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = -\frac{\Delta p}{\tau_v} - e\mu_a \mathbf{E} \cdot \nabla (\Delta p) + D_a \nabla^2 (\Delta p), \quad (4.33)$$

где τ_v —объемное время жизни, а μ_a —амбиполярная подвижность, и D_a —амбиполярная диффузионная постоянная определяются выражениями

$$\mu_a = \frac{|n_0 - p_0| \mu_n \mu_p}{\mu_n n_0 + \mu_p p_0}; \quad D_a = \frac{(n_0 + p_0) D_p D_n}{n_0 D_n + p_0 D_p}, \quad (4.33a)$$

где n_0 и p_0 —равновесные концентрации электронов и дырок, μ_n и μ_p —подвижности электронов и дырок. Поток

электронов устанавливается таким, что в области увеличенной проводимости в любой момент $\Delta n \approx \Delta p$.

В случае беспримесного полупроводника, находящегося в состоянии собственной проводимости (фиг. 4.1, в), перемещение прироста концентрации отсутствует, поскольку при $n_0 = p_0$ имеем $\mu_a = 0$. Это следует также из того, что поток носителей любого типа в области более низкой проводимости в этом случае будет нейтрализоваться носителями того же типа.

Покажем теперь, что флуктуации $\Delta P(t)$ общего числа дырок имеют автокорреляционную функцию вида

$$\overline{\Delta P(t) \Delta P(t+s)} = \overline{\Delta P^2} \left(1 - \frac{s}{\tau_a}\right) \exp\left(-\frac{s}{\tau_0}\right) \quad (4.34)$$

при $0 < s < \tau_a$ и $\overline{\Delta P(t) \Delta P(t+s)} = 0$ при $s > \tau_a$ [15]. Здесь τ_a — время амбиполярного дрейфа носителей через образец, равное

$$\tau_a = \frac{L}{\mu_a E}, \quad (4.34a)$$

где L — длина образца, а E — напряженность приложенного поля.

Для доказательства предположим, что в слое между x' и $x' + \Delta x'$ при $t=0$ возникло приращение δp_0 концентрации дырок. При $t > 0$ это приращение перемещается по образцу длиной L с амбиполярной дрейфовой подвижностью μ_a и постепенно уменьшается вследствие рекомбинации

$$\delta p(x, t) = \delta p_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right) \delta(x - \mu_a E t - x') \Delta x', \quad (4.35)$$

где $\delta(x - \mu_a E t - x')$ есть дельта-функция. Вклад $\delta P(t)$, вносимый рассматриваемым приращением в величину флуктуаций $\Delta P(t)$ общего числа дырок, равен

$$\begin{aligned} \delta P(t) &= \delta p_0 \Delta x' \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right), \text{ или } \overline{\delta P(0) \delta P(t)} = \\ &= \overline{\Delta P^2} \frac{\Delta x'}{L} \exp\left(-\frac{t}{\tau_0}\right), \end{aligned} \quad (4.36)$$

поскольку $\overline{(\delta p_0 \Delta x')^2} = \overline{\Delta P^2} (\Delta x' / L)$. Суммирование по всем слоям $\Delta x'$ дает

$$\overline{\Delta P(0) \Delta P(t)} = \sum \overline{\delta P(0) \delta P(t)} = \int_0^{L - \mu_a E t} \overline{\Delta P^2} \exp \left(-\frac{t}{\tau_0} \right) \frac{dx'}{L}, \quad (4.37)$$

или

$$\overline{\Delta P(0) \Delta P(t)} = \overline{\Delta P^2} \left(1 - \frac{t}{\tau_a} \right) \exp \left(-\frac{t}{\tau_0} \right),$$

что и требовалось доказать. Применяя теорему Винера—Хинчина, можно получить спектральную плотность $S_i(f)$ флуктуаций тока [17]

$$S_i(f) = 4 \left[\frac{e (\mu_n + \mu_p) E}{L} \right]^2 \frac{\overline{\Delta P^2} \tau_0}{1 + \omega^2 \tau_0^2} G(\omega \tau_0, \omega \tau_a), \quad (4.38)$$

где множитель

$$\begin{aligned} G(\omega \tau_0, \omega \tau_a) = \\ = 1 - \frac{\tau_0}{\tau_a} \left\{ \frac{1 - \omega^2 \tau_0^2}{1 + \omega^2 \tau_0^2} - \frac{\exp(-\tau_a/\tau_0)}{1 + \omega^2 \tau_0^2} \left[(1 - \omega^2 \tau_0^2) \cos \omega \tau_a - \right. \right. \\ \left. \left. - 2\omega \tau_0 \sin \omega \tau_a \right] \right\} \end{aligned} \quad (4.39)$$

определяет отклонение от выражения (4.15а). Этот множитель равен 1 при $\tau_0 \ll \tau_a$, как и следовало ожидать на основании (4.34). При $\tau_0 = \tau_a$ выражение (4.38) принимает вид

$$\begin{aligned} S_i(f) = 4 \left[\frac{e (\mu_n + \mu_p) E}{L} \right]^2 \frac{\overline{\Delta P^2} \tau_0}{(1 + \omega^2 \tau_0^2)} \times \\ \times \frac{2\varepsilon \omega^2 \tau_0^2 + (1 - \omega^2 \tau_0^2) \cos \omega \tau_0 - 2\omega \tau_0 \sin \omega \tau_0}{\varepsilon (1 + \omega^2 \tau_0^2)}, \end{aligned} \quad (4.38a)$$

где ε —основание натурального логарифма. При $\tau_0 \gg \tau_a$ большинство электронно-дырочных пар уничтожается в результате не диффузии, а дрейфа; для этого случая уравнение (4.38) принимает вид

$$S_i(f) = 2 \left[\frac{e (\mu_n + \mu_p) E}{L} \right]^2 \overline{\Delta P^2} \tau_a \left(\frac{\sin \frac{1}{2} \omega \tau_a}{\frac{1}{2} \omega \tau_a} \right)^2. \quad (4.38б)$$

Последнее выражение имеет сходство с соответствующим выражением для дробового шума диодов. Как видно, простая частотная зависимость выражения (4.15а) превращается в более сложную. Если τ_0/τ_a достаточно велико, то в спектре появляются максимумы и минимумы. Расчеты показывают, что зависимость положения максимума и минимума от величины τ_0/τ_a невелика, тогда как их значения зависят от этой величины весьма существенно [15]. Этот результат впервые был получен Давыдовым и Гуревичем [18] при решении задачи о флуктуациях плотности носителей. Однако, как показывает предыдущее рассмотрение, этот результат не является верным для общего случая; их теория полностью применима к материалу, имеющему почти собственную проводимость, при условии использования амбиполярной подвижности.

Рассмотрим влияние поверхностной рекомбинации, которая приводит к дополнительным эффектам, связанным с внешним полем [19, 20]. Возьмем прямоугольный параллелепипед из материала n -типа длиной L (направление X), шириной $2B$ (направление Y) и высотой $2C$ (направление Z). Пусть ток течет в направлении X ; это означает, что поле E направлено вдоль оси X . Предполагается, что рекомбинация имеет место на поверхностях $y = \pm B$ и $z = \pm C$; это означает, что избыточные дырки (концентрация дырок Δp) диффундируют только в направлениях Y и Z , так что $E \cdot \nabla (\Delta p) = 0$. Объемная рекомбинация из рассмотрения исключается, и поэтому принимается $\tau_v = \infty$. Указанные допущения существенно упрощают уравнение (4.33).

Плотность тока диффундирующих частиц на поверхности равна $-D_a \partial (\Delta p) / \partial n$. Этот ток, с другой стороны, пропорционален избыточной концентрации дырок Δp на поверхности; коэффициент пропорциональности s называется скоростью поверхностной рекомбинации. Уравнение Ланжевена для поверхностной рекомбинации, таким образом, имеет вид

$$-D_a \frac{\partial \Delta p}{\partial n} = s \Delta p + g(x, y, z, t), \quad (4.40)$$

где $g(x, y, z, t)$ — разность между флуктуациями диффузии на поверхности и флуктуациями поверхностной

рекомбинации. Для дальнейшего упрощения задачи примем, что $s \rightarrow \infty$. При этом условии ток, появляющийся на поверхности, немедленно исчезает. Тогда (4.40) сводится к уравнению

$$\Delta p = 0 \text{ на поверхности.}$$

В случае произвольных значений s можно применить метод собственных функций, рассмотренный ниже [20].

Поскольку диффузия происходит только в направлениях Y и Z , необходимо произвести интеграцию по x ; тогда Δp превращается в функцию $\Delta p(y, z, t)$, а уравнение (4.40) остается неизменным. Если $h(y, z, t)$ является функцией случайного источника возмущения, описывающей флуктуации диффузии, то уравнение Ланжевена для объемной диффузии имеет вид

$$\frac{\partial \Delta p}{\partial t} = -D_a \nabla^2 (\Delta p) + h(y, z, t). \quad (4.41)$$

Для решения разложим $\Delta p(y, z, t)$ и $h(y, z, t)$ по собственным функциям задачи:

$$D_a \nabla^2 \varphi = -\lambda \varphi; \quad \varphi = 0 \text{ на } y = \pm B \text{ и на } z = \pm C. \quad (4.42)$$

Собственные значения λ_{ij} и собственные функции $\varphi_{ij}(y, z)$ этой задачи имеют вид

$$\lambda_{ij} = \frac{1}{\tau_{ij}} = \left(\frac{D_a \pi}{2} \right)^2 \left[\left(\frac{2i+1}{B} \right)^2 + \left(\frac{2j+1}{C} \right)^2 \right], \quad (4.42a)$$

$$\varphi_{ij}(y, z) = \frac{\cos \left[(2i+1) \frac{\pi}{2} \frac{y}{B} \right] \cos \left[(2j+1) \frac{\pi}{2} \frac{z}{C} \right]}{\sqrt{BC}}, \quad (4.42b)$$

причем $\iint \varphi_{ij}^2(y, z) dy dz = 1$. Отсюда видно, что величины τ_{ij} являются постоянными времени задачи. Путем подстановки в уравнение (4.41)¹⁾ разложений

1) Функция $\varphi_{ij}(y, z)$ симметрична относительно y и z , тогда как $h(y, z, t)$ не обладает этим свойством. Тем не менее метод собственных функций может быть использован, поскольку $h(y, z, t)$ можно заменить эквивалентной функцией, симметричной относительно y и z .

$$\Delta p(y, z, t) = \sum_{i,j} p_{ij}(t) \varphi_{ij}(y, z),$$

$$h(y, z, t) = \sum_{i,j} h_{ij}(t) \varphi_{ij}(y, z) \quad (4.43)$$

можно получить

$$\frac{d}{dt} p_{ij}(t) = -\frac{1}{\tau_{ij}} p_{ij}(t) + h_{ij}(t). \quad (4.44)$$

Предположим теперь, что¹⁾

$$\overline{\Delta p(y, z, t) \Delta p(y', z', t)} = \frac{N_0}{N_0 + P_0} p_0 \delta(y - y') \delta(z - z'), \quad (4.45)$$

где $\delta(y - y')$ и $\delta(z - z')$ — дельта-функции, а p_0 — равновесная плотность дырок²⁾. Поскольку

$$\delta(y - y') \delta(z - z') = \sum_{i,j} \sum_{k,l} \varphi_{i,j}(y, z) \varphi_{k,l}(y', z'), \quad (4.45a)$$

подстановка (4.43) в (4.45) дает

$$\overline{p_{ij}(t) p_{kl}(t)} = \begin{cases} 0, & \text{если } (i, j) \neq (k, l), \\ \frac{N_0}{N_0 + P_0} p_0, & \text{если } (i, j) = (k, l). \end{cases} \quad (4.46)$$

1) Ср. гл. 8 и 9.

2) Из уравнения (4.16) следует, что $\overline{\Delta P^2} = \frac{N_0 P_0}{(N_0 + P_0)}$. Это точно совпадает с результатом, получаемым из (4.45), так как, интегрируя дельта-функции, имеем

$$\begin{aligned} \overline{\Delta P^2} &= \int \int \int \overline{\Delta p(y, z, t) \Delta p(y' z' t)} dy dz dy' dz' = \\ &= \frac{N_0}{N_0 + P_0} \cdot 4BC p_0 = \frac{N_0 P_0}{N_0 + P_0}. \end{aligned}$$

Поскольку члены $h_{ij}(t)$ описывают независимые источники белых возмущений во времени, подстановка решения уравнения (4.44) и (4.46) дает¹⁾

$$\overline{p_{ij}(t)p_{kl}(t+s)} = \begin{cases} 0, & \text{если } (i, j) \neq (k, l), \\ \frac{N_0}{N_0 + P_0} p_0 \exp\left(-\frac{s}{\tau_{ij}}\right), & \text{если } (i, j) = (k, l). \end{cases} \quad (4.46a)$$

Далее, так как

$$\Delta P(t) = \iint \Delta p(y, z, t) dydz = \sum_{ij} p_{ij}(t) F_{ij}, \quad (4.47)$$

где

$$F_{ij} = \iint \varphi_{ij}(y, z) dydz = \sqrt{4BC} \frac{8}{\pi^2} \frac{(-1)^{l+j}}{(2i+1)(2j+1)}, \quad (4.47a)$$

то автокорреляционная функция величины ΔP принимает вид²⁾

$$\begin{aligned} \overline{\Delta P(t) \Delta P(t+s)} &= \sum_{i,j} \overline{p_{ij}(t) p_{ij}(t+s)} F_{ij}^2 = \\ &= \frac{N_0 P_0}{N_0 + P_0} \frac{64}{\pi^4} \sum_{i,j} \frac{\exp(-s/\tau_{ij})}{(2i+1)^2 (2j+1)^2}, \end{aligned} \quad (4.48)$$

1) Первое соотношение выражает тот факт, что флуктуации различных типов независимы, т. е. $p_{ij}(t)$ и $p_{kl}(t+s)$ независимы при $(i, j) \neq (k, l)$. Далее, если уравнение (4.44) усреднить при заданных значениях $p_{ij}(0)$ величин $p_{ij}(t)$ при $t=0$ [такие усреднения обозначаются $\overline{}$ $p_{ij}(0)$], то получим

$$\overline{h_{ij}(t)}^{p_{ij}(0)} = 0; \quad \frac{d}{dt} [\overline{p_{ij}(t)}^{p_{ij}(0)}] = -\frac{1}{\tau_{ij}} [\overline{p_{ij}(t)}^{p_{ij}(0)}],$$

или

$$\overline{p_{ij}(t)}^{p_{ij}(0)} = p_{ij}(0) \exp\left(-\frac{t}{\tau_{ij}}\right).$$

Отсюда можно получить вторую половину формулы (4.46a) путем умножения обеих сторон на $p_{ij}(0)$ и усреднения по всем возможным значениям $p_{ij}(0)$.

$$2) \sum_{i,j} \frac{1}{(2i+1)^2 (2j+1)^2} = \frac{\pi^4}{64}.$$

и поэтому, согласно теореме Винера—Хинчина, имеем

$$S_p(f) = \frac{4P_0 N_0 \tau_{00}}{N_0 + P_0} \frac{64}{\pi^4} \sum_{i,j} \frac{\tau_{ij}/\tau_{00}}{(2i+1)^2 (2j+1)^2 (1 + \omega^2 \tau_{ij}^2)}. \quad (4.49)$$

Последнее выражение содержит бесконечный ряд спектров с постоянными времени τ_{ij} , причем наиболее важный из них имеет $i=j=0$ и $\tau_{ij}=\tau_{00}$. Остальные члены существенно меньше по величине, поскольку при $i \neq 0$ и (или) $j \neq 0$ член $(\tau_{ij}/\tau_{00})/[(2i+1)(2j+1)]^2$ весьма мал. Низкочастотная составляющая спектра отличается от величины, предсказываемой простой теорией, на множитель, несколько больший, чем $64/\pi^4=0,66$. Это надо иметь в виду при объяснении экспериментальных результатов, полученных Хайдом [19], а также Хиллом и Ван-Флитом [21].

ПРОЦЕССЫ, ПРИВОДЯЩИЕ К СЕРИЯМ ПОСТОЯННЫХ ВРЕМЕНИ

Проводящую зону и валентную зону полупроводника в отдельности можно рассматривать как единый уровень, поскольку время перехода носителя с одного энергетического уровня на другой в пределах каждой зоны чрезвычайно мало по сравнению с величиной, обратной любой из рассматриваемых в задаче частот. Если имеется $m-1$ донорных, акцепторных или ловушечных уровней, то общее число уровней равно $m+1$. Каждый из $m-1$ уровней может взаимодействовать либо с зоной проводимости (донор, электронная ловушка), либо с валентной зоной (акцептор, дырочная ловушка), либо с обеими зонами (центр рекомбинации), но друг с другом они в общем случае не взаимодействуют. Пусть $\epsilon_1, \epsilon_2, \dots, \epsilon_{m+1}$ — энергии уровней; N_1, N_2, \dots, N_{m+1} — плотности уровней и n_1, n_2, \dots, n_{m+1} — плотности занятых уровней¹⁾.

1) Другая расшифровка: N_k — число квантовых состояний, соответствующих энергии ϵ_k (степень вырождения уровня); n_k — число занятых состояний, соответствующих энергии ϵ_k (населенность уровня). — Прим. ред

Индексы 1 и $(m+1)$ соответствуют проводящей и валентной зонам; ϵ_1 соответствует дну проводящей зоны, а ϵ_{m+1} — верхней части валентной зоны. Значения N_1 (для проводящей зоны); и N_{m+1} (для валентной зоны) определяют «эффективное» число состояний. Для проводящей зоны имеем

$$n_0 = n_{10} = N_1 f_0(\epsilon_1), \quad (4.50)$$

где $n_0 = n_{10}$ есть равновесная плотность электронов в проводящей зоне, $f_0(\epsilon_1)$ — равновесное значение функции Ферми на дне проводящей зоны (т. е. вероятность того, что энергетический уровень на дне проводящей зоны занят)¹⁾. Аналогично для валентной зоны имеем

$$n_{m+1,0} = N_{m+1} f_0(\epsilon_{m+1}). \quad (4.50a)$$

Плотность дырок p_0 соответствует среднему числу занятых уровней в валентной зоне

$$p_0 = N_{m+1} - n_{m+1,0} = N_{m+1} [1 - f_0(\epsilon_{m+1})]. \quad (4.50b)$$

Говорят, что проводящая зона невырождена, если $n_0 \ll \ll N_1$; валентная зона считается невырожденной, если $p_0 \ll N_{m+1}$.

Пусть p_{ij} и p_{ji} — скорости перехода соответственно между уровнями i и j и уровнями j и i ($j \neq i$); в общем случае величины p_{ij} равны нулю всегда, кроме случая $i=1$ или $j=m+1$, или наоборот. Населенности уровней²⁾

1) Вычисление N_1 выполняется следующим образом: пусть $N(\epsilon)$ — действительная плотность состояний в проводящей зоне ($\epsilon \geq \epsilon_1$) и $f_0(\epsilon)$ — функция Ферми для энергии ϵ . Тогда для невырожденного полупроводника, если f_0 — уровень Ферми, имеем

$$n_{10} = \int_{\epsilon_1}^{\infty} N(\epsilon) f_0(\epsilon) d\epsilon = \int_{\epsilon_1}^{\infty} f_0(\epsilon_1) \exp\left(\frac{\epsilon_1 - \epsilon}{kT}\right) d\epsilon = N_1 f_0(\epsilon_1),$$

поскольку в этом случае $f_0(\epsilon) \simeq \exp[-(\epsilon - f_0)/kT]$ и $f_0(\epsilon_1) \simeq \exp[-(\epsilon_1 - f_0)/kT]$. Таким образом, N_1 не зависит от положения уровня Ферми.

2) См. примечание на стр. 59. — Прим. ред.

удовлетворяют системе совместных уравнений

$$\begin{aligned}\frac{dn_i}{dt} &= \sum_{j=1}^{m+1'} (p_{ji} - p_{ij}) + H_i(t); \\ \sum_{i=1}^{m+1} n_i &= \text{const}\end{aligned}\quad (4.51)$$

$[i=1, 2, \dots, (m+1)]$, где $H_i(t)$ — функция источника случайного возмущения, а штрих означает, что член с $i=j$ исключен. Поскольку интерес представляют лишь малые флуктуации Δn_i относительно установившейся концентрации n_{i0} , член $p_{ji} - p_{ij}$ можно разложить в ряд Тейлора:

$$p_{ji} - p_{ij} = \left[\frac{\partial}{\partial n_i} (p_{ji} - p_{ij}) \right]_0 \Delta n_i + \left[\frac{\partial}{\partial n_i} (p_{ji} - p_{ij}) \right]_0 \Delta n_j. \quad (4.52)$$

При условии теплового равновесия имеем $p_{ji} = p_{ij}$ (принцип детального равновесия); при отсутствии такового (например, при облучении фотопроводника светом) это равенство не выполняется, хотя остается верным соотношение

$$\sum_{j=1}^{m+1'} (p_{ji} - p_{ij}) = 0. \quad (4.52a)$$

Поскольку флуктуации Δn_i не являются независимыми $\left(\sum_{i=1}^{m+1} \Delta n_i = 0 \right)$, одну из переменных можно исключить; при этом получаем

$$\frac{d(\Delta n_i)}{dt} = - \sum_{j=1}^m a_{ij} \Delta n_j + H_i(t), \quad (4.53)$$

$(i=1, 2, \dots, m)$, где величины a_{ij} определяются из уравнений (4.51) и (4.52).

Однородное уравнение, соответствующее уравнению (4.51), имеет наиболее общее решение в виде суммы m членов типа $\exp(-t/\tau_k)$; величины $\lambda_k = 1/\tau_k$ представляют собой m корней уравнения

$$|A - \lambda I| = 0, \quad (4.53a)$$

где A — квадратная матрица $\{a_{ij}\}$ и I — единичная матрица. Отсюда следует, что функции автокорреляции и взаимной корреляции имеют вид

$$\overline{\Delta n_i(t) \Delta n_j(t+s)} = \sum_{k=1}^m C_k^{ij} \exp\left(-\frac{s}{\tau_k}\right). \quad (4.54)$$

Вычисление коэффициента C_k^{ij} очень громоздко, особенно при больших m . При этом приходится определять с помощью каких-либо других методов (например, метода минимизации свободной энергии [22]) все моменты второго порядка $\overline{\Delta n_i^2(t)}$ и $\overline{\Delta n_i(t) \cdot \Delta n_j(t)}$.

Однако изложенный здесь метод ясно показывает, что в общем случае имеют место m постоянных времени.

Возможно, что несколько более простым окажется решение, основанное на непосредственном использовании метода Фурье. Этот метод приводит к системе m уравнений, связывающих коэффициенты Фурье, и позволяет выразить спектральные плотности $S_{ninj}(f)$ через плотности белых спектров $S_{n_i n_j}(f)$.

Оба метода имеют существенный недостаток: они требуют вычисления значительно большего числа величин, чем это действительно необходимо. Например, при любом рассмотрении шума полупроводника необходимы лишь три спектра флуктуаций плотностей свободных электронов и свободных дырок [$S_{nn}(f)$, $S_{np}(f)$ и $S_{pp}(f)$] и вовсе не требуется знать спектр флуктуаций числа электронов, захваченных ловушками. Поэтому существует настоятельная необходимость разработать методы, позволяющие избежать ненужных расчетов и непосредственно определять три интересующих нас спектра.

МЕТОДЫ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ СХЕМ

Ван-Флит [23] рассмотрел флуктуации плотности носителей с точки зрения необратимой термодинамики, используя флуктуационно-диссипационную теорему (обобщенная теорема Найквиста) [24]. Он показал, что эти

флуктуации можно представить эквивалентной цепью RC . Чамплин [25] предложил очень практичный метод построения эквивалентной схемы, расчета элементов цепи по параметрам полупроводника и определения $S_{nn}(f)$, $S_{np}(f)$ и $S_{pp}(f)$ (этот метод излагается ниже).

Пусть N_i — плотность уровней, соответствующих энергии ε_i ; плотность $n_i(t)$ занятых уровней флуктуирует относительно равновесного значения n_{i0} ; доля $f_i(t)$ занятых состояний при этом флуктуирует около равновесного значения f_{i0} . Тогда для невырожденного полупроводника

$$n_i(t) = N_i f_i(t). \quad (4.55)$$

Скорость перехода p_{ij} пропорциональна как доле занятых состояний с энергией ε_i , так и доле незанятых состояний с энергией ε_j , так что

$$p_{ij} = K_{ij} f_i (1 - f_j), \quad (4.56)$$

где K_{ij} содержит в себе число и сечение индивидуальных центров и является константой, если система находится в тепловом равновесии. Если при этом $f_i = f_{i0}$ и $f_j = f_{j0}$, то, согласно принципу детального равновесия, имеем

$$p_{ij0} = p_{ji0}; \text{ или } K_{ij} f_{i0} (1 - f_{j0}) = K_{ji} f_{j0} (1 - f_{i0}). \quad (4.57)$$

Принимая для малых отклонений от равновесия $f_i = f_{i0} + \Delta f_i$, уравнение (4.51) можем представить в виде

$$N_i \frac{d(\Delta f_i)}{dt} = \sum_{j=1}^{m+1} \{ [K_{ji} (1 - f_{i0}) + K_{ij} f_{i0}] \Delta f_j - [K_{ji} f_{j0} + K_{ij} (1 - f_{j0})] \Delta f_i \} + H_i(t), \quad (4.58)$$

что в свою очередь преобразуется к виду

$$a_i \frac{dx_i}{dt} = \sum_{j=1}^{m+1} p_{ij0} (x_j - x_i) + H_i(t), \quad (4.58a)$$

где

$$a_i = N_i f_{i0} (1 - f_{i0}); \quad x_i = \frac{\Delta f_i}{f_{i0} (1 - f_{i0})}. \quad (4.58b)$$

Поскольку

$$f_i = \left[1 + \exp \left(\frac{\varepsilon_i - F_i}{kT} \right) \right]^{-1}, \quad (4.59)$$

где F_i — квазиуровень Ферми для i -го энергетического уровня, отличающийся от уровня Ферми F_0 на величину $F_i - F_0$, то

$$\Delta f_i = f_{i0} (1 - f_{i0}) \frac{F_i - F_0}{kT}. \quad (4.60)$$

Теперь можно определить потенциал Ферми V_0 как отнесенную к единичному заряду работу, необходимую для переноса электрона из точки с условным нулевым потенциалом в рассматриваемое состояние на уровне Ферми; аналогично можно определить квазипотенциалы Ферми $V_i = V_0 + \Delta V_i$. Все эти величины удовлетворяют соотношениям

$$eV_0 = -F_0; \quad eV_i = e(V_0 + \Delta V_i) = -F_i, \quad (4.61)$$

где $-e$ есть заряд электрона. Подставляя выражения (4.61) в уравнения (4.58б) и (4.60), получим

$$x_i = \frac{e}{kT} (V_0 - V_i) = \frac{-e}{kT} \Delta V_i, \quad (4.62)$$

так что

$$\Delta n = N_1 \Delta f_1 = \frac{-e}{kT} N_1 f_{10} (1 - f_{10}) \Delta V_1$$

и

$$\begin{aligned} \Delta p &= -N_{m+1} \Delta f_{m+1} = \\ &= + \frac{e}{kT} N_{m+1} f_{m+1,0} (1 - f_{m+1,0}) \Delta V_{m+1}. \end{aligned} \quad (4.62a)$$

Рассчитаем спектры $S_{11}(f)$, $S_{1,m+1}(f)$ и $S_{m+1,m+1}(f)$ величин ΔV_1 и ΔV_{m+1} путем умножения уравнения (4.58a) на $-e$ и введения величин ΔV_i в качестве новых переменных:

$$\begin{aligned} &\frac{e^2}{kT} N_i f_{i0} (1 - f_{i0}) \frac{d\Delta V_i}{dt} + \\ &+ \sum_{j=1}^{m+1} \frac{e^2}{kT} p_{ij0} (\Delta V_i - \Delta V_j) = -eH_i(t). \end{aligned} \quad (4.63)$$

Введя обозначения

$$C_i = \frac{e^2}{kT} N_i f_{i0} (1 - f_{i0}); \quad g_{ij} = g_{ji} = \frac{e^2}{kT} p_{ij0};$$

$$i_i(t) = -eH_i t, \quad (4.63a)$$

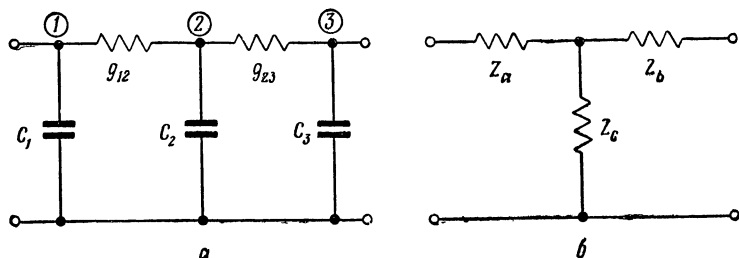
уравнение (4.63) можно записать в виде

$$C_i \frac{d\Delta V_i}{dt} + \sum_{j=1}^{m+1} g_{ij} (V_i - V_j) = i_i(t), \quad (4.63b)$$

тогда как уравнение (4.62a) принимает вид

$$\Delta n = -\frac{C_1}{e} \Delta V_1; \quad \Delta p = +\frac{C_{m+1}}{e} \Delta V_{m+1}. \quad (4.62b)$$

Величину C_i можно рассматривать как емкость, $g_{ij} = g_{ji}$ — как активную проводимость и $i_i(t)$ — как флуктуационный ток. При этом система полученных уравнений



Ф и г. 4.2.

a — эквивалентная схема для одного уровня; *б* — эквивалентное Т-образное замещение этой схемы.

является системой узловых уравнений для цепи, содержащей $n + 1$ узлов, причем емкости C_i включены между узлом i и проводником, относительно которого отсчитывается потенциал V_0 , а проводимости g_{ij} включены между узлом i и узлом j . В общем случае важны только проводимости между узлом i и узлом 1 (проводящая зона), а также узлом $m + 1$ (валентная зона). Случай одного центра рекомбинации представлен на фиг. 4.2, *a*.

С каждой из этих проводимостей связан тепловой шум. Чамплин предложил следующий метод расчета $S_{11}(f)$,

Б А. Ван-дер-Зил

$S_{1, m+1}(f)$ и $S_{m+1, m+1}(f)$, основанный на представлении цепи эквивалентной ей Т-образной схемой замещения (фиг. 4.2, б). Пусть Z_a , Z_b и Z_c — полные сопротивления такой эквивалентной Т-образной схемы. Тогда, очевидно,

$$S_{11}(f) = 4kTR_e(Z_a + Z_c); \quad S_{1, m+1}(f) = 4kTR_e(Z_c)$$

и

$$S_{m+1, m+1}(f) = 4kTR_e(Z_b + Z_c), \quad (4.64)$$

где R_e означает «вещественная часть». Уравнения (4.62б) позволяют перейти обратно к флуктуациям плотности; при этом получаем

$$\left. \begin{aligned} S_{nn}(f) &= \frac{4kT}{e^2} C_1^2 R_e(Z_a + Z_c), \\ S_{np}(f) &= -\frac{4kT}{e^2} C_1 C_3 R_e(Z_c), \\ S_{pp}(f) &= \frac{4kT}{e^2} C_3^2 R_e(Z_b + Z_c). \end{aligned} \right\} \quad (4.65)$$

Спектральная плотность флуктуаций тока $S_i(f)$ тогда определяется выражением

$$S_i(f) = \frac{1}{AL} \left(\frac{I}{bn_0 + p_0} \right)^2 [b^2 S_{nn}(f) + 2b S_{np}(f) + S_{pp}(f)], \quad (4.66)$$

где A — площадь поперечного сечения полупроводника, L — его длина и $b = \mu_n / \mu_p$ ¹⁾; таким образом, проблема шумов в принципе оказывается решенной.

В качестве примера рассмотрим фиг. 4.2, а. Предположим, что природа центра такова, что $C_2 \ll C_1$ и $C_2 \ll C_3$. Такой случай, например, имеет место, если центр почти всегда заполнен (электронная ловушка), если центр почти

¹⁾ Если ΔN и ΔP являются флуктуациями чисел частиц, то $I(t) = (e\mu_n V/L^2)(b\Delta N + \Delta P)$ и $I = (e\mu_n V/L^2)(bN_0 + P_0)$. Спектр определяется посредством анализа Фурье тока $I(t)$ с учетом того, что $S_{NN}(f) = ALS_{nn}(f)$ и т. д.

всегда пуст (дырочная ловушка) или если число центров относительно невелико. При этом имеем

$$\left. \begin{aligned} \tau &= (R_{12} + R_{23}) \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3}; \\ R_e(Z_a + Z_c) &= \frac{C_3}{C_1(C_1 + C_3)} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}, \\ R_e(Z_c) &= -\frac{1}{C_1 + C_3} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}; \\ R_e(Z_b + Z_c) &= \frac{C_1}{C_3(C_1 + C_3)} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4.67)$$

Подстановка в (4.65) дает

$$S_{nn}(f) = S_{np}(f) = S_{pp}(f) = 4 \frac{kT}{e^2} \frac{C_1 C_3}{C_1 + C_3} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (4.68)$$

Как видно, в это выражение входит лишь одна постоянная времени (так называемое время жизни по Шокли—Риду [26]). Подстановка значений

$$C_1 = \frac{e^2}{kT} n_0; \quad C_3 = \frac{e^2}{kT} p_0 \quad (4.69)$$

в выражение (4.68) дает

$$S_{nn}(f) = S_{np}(f) = S_{pp}(f) = \frac{4n_0 p_0}{n_0 + p_0} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (4.68a)$$

Этот результат можно распространить на вырожденные полупроводники путем введения параметров ξ_n и ξ_h [23]. Формула (4.68a) в этом случае имеет вид [30]

$$S_{nn}(f) = S_{np}(f) = S_{pp}(f) = \frac{4\xi_n \xi_h n_0 p_0}{\xi_n n_0 + \xi_h p_0} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (4.68b)$$

При невырожденном полупроводнике $\xi_n = \xi_h = 1$. Вырожденный полупроводник n -типа имеет $\xi_h = 1$ и $\xi_n \neq 1$, а вырожденный полупроводник p -типа имеет $\xi_n = 1$ и $\xi_h \neq 1$.

Если условия $C_2 \ll C_1$ и $C_2 \ll C_3$ не выполняются совместно, то возникают отклонения от приведенных реше-

ний. При этом спектр уже не описывается выражением $\text{const } \tau / (1 + \omega^2 \tau^2)$, а может содержать второй «подъем» в области более высоких частот. Этот эффект часто пренебрежимо мал. На некоторых образцах он был обнаружен Хайдом [19].

Когда имеется больше одного ловушечного уровня, то спектр в общем случае характеризуется несколькими постоянными времени, которые могут привести в области высоких частот к существенному отклонению от спектра типа $1/\omega^2$. Если эти постоянные времени сильно различаются, то спектр может содержать несколько «подъемов» вида $\text{const } \tau_i / (1 + \omega^2 \tau_i^2)$; если же постоянные времени относительно близки, то спектр может изменяться как $1/f^a$, где $a < 2$ ¹⁾.

Метод эквивалентных схем адекватен условиям теплового равновесия. Представляется весьма важной задача разработки аналогичного метода для неравновесного случая (фотовозбуждение, инъекция носителей).

СОПОСТАВЛЕНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА С РЕЗУЛЬТАТАМИ ЭКСПЕРИМЕНТОВ [27—29, 31]

Теория генерационно-рекомбинационного шума в полупроводниках с проводимостью, близкой к собственной, хорошо разработана и подтверждена экспериментами, проведенными в основном Хиллом и Ван-Флитом, а также Хайдом. В первом приближении простая теория, приводящая к формуле (4.15а), подтверждается для не очень сильных полей, но более детальное объяснение явлений требует некоторых уточнений. Хилл и Ван-Флит обнаружили в общем несколько меньший шум, чем определяемый формулой (4.15а), что можно приписать высшим типам разложения плотности избыточных носителей при поверхностной рекомбинации.

Хайд обнаружил дополнительные «подъемы» в спектре, лежащие ниже уровня теплового шума. Если они действительно имеют место, то их можно объяснить либо выс-

¹⁾ Хайд [19] нашел подтверждение первого случая, а Хилл и Ван-Флит [21] наблюдали второй случай.

шими типами разложения плотности избыточных носителей, либо существованием нескольких дискретных ловушечных уровней, приводящих к дискретному числу постоянных времени, причем последние должны различаться настолько, чтобы они могли вызвать появление отдельных «подъемов». Хилл и Ван-Флит обнаружили в области высоких частот спектр вида $1/f^a$ с $a < 2$; вероятно, этот эффект обусловлен более или менее непрерывным распределением времен жизни. Он может вызываться либо распределением высоты (поверхностных) ловушечных уровней, либо зернистой структурой поверхности, приводящей к зависимости скорости поверхностной рекомбинации от точки поверхности.

Теория амбиполярных явлений также хорошо подтверждается экспериментальными данными. Хилл и Ван-Флит [15] обнаружили влияние амбиполярного дрейфа при наблюдении максимумов и минимумов шума при сильных токах и высоких частотах, причем положения этих экстремумов соответствовали теории.

Теория амбиполярной диффузии в сторону поверхности, по-видимому, также подтверждается некоторыми экспериментами, как указывалось выше; промежуточный случай между полной поверхностной рекомбинацией [формула (4.49)] и полной объемной рекомбинацией [формула (4.15a)], по мнению автора, еще не получил адекватного теоретического анализа.

Теория генерационно-рекомбинационного шума, создаваемого глубоко лежащими донорами, акцепторами или ловушками, также, по-видимому, разработана достаточно подробно, однако здесь существуют некоторые сомнения относительно температурной зависимости постоянных времени. Джебби [7] и Фассетт [8] наблюдали случаи, когда температурная зависимость согласуется с предсказанной на стр. 47 для случая «а». Фассетт наблюдал также случаи, когда температурная зависимость соответствовала предсказанной для случая «в» в том же разделе. Он исследовал также образцы, которые теоретически соответствовали случаю «в», но при экспериментах обнаруживали свойства, более близкие к случаю «а», что могло вызываться наличием других энергетических уровней. Кроме того, Фассетт часто наблюдал спектры, имеющие в области высоких частот вид $1/f^a$, причем $a \ll 2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Bernamont J., *Ann. Phys. (Paris)*, **7**, 71 (1937).
2. Christenson C. J., Pearson G. L., *Bell Syst. tech. J.*, **15**, 197 (1936).
3. Gisolf J. H., *Physica*, **15**, 825 (1949).
4. Van der Ziel A., там же, **19**, 742 (1953).
5. Van der Ziel A., *J. Appl. Phys.*, **24**, 222 (1953).
6. Machlup S., там же, **25**, 341 (1954).
7. Gebbie H. A., *Phys. Rev.*, **98**, 1567 (1955).
8. Fasset J. R., Noise in Germanium Crystals at Low Temperatures, M. Sc. Thesis, University of Minnesota, 1958.
9. Herzog G. B., van der Ziel A., *Phys. Rev.*, **84**, 1249 (1951).
10. Mattson R. H., van der Ziel A., *J Appl. Phys.*, **24**, 222 (1953).
11. Van der Ziel A., там же, **24**, 1063 (1953).
12. Burgess R. E., *Physica*, **20**, 1007 (1954).
13. Burgess R. E., *Proc. Phys. Soc. Lond.*, **B68**, 661 (1955).
14. Burgess R. E., там же, **B69**, 1020 (1956).
15. Hill J. E., van Vliet K. M., *Physica*, **24**, 709 (1958).
16. Van Roosbroeck W., *Phys. Rev.*, **91**, 282 (1953).
17. Burgess R. E., *Brit. J. Appl. Phys.*, **6**, 185 (1955).
18. Давыдов Б., Гуревич Б., *J. Phys. USSR*, **7**, 138 (1943).
19. Hyde F. J., *Physical Society, Rugby, England*, 57 (1956).
20. Van Vliet K. M., van der Ziel A., *Physica*, **24**, 415, 556 (1958).
21. Hill J. E., van Vliet K. M., *J. Appl. Phys.*, **29**, 177 (1958).
22. Van Vliet K. M., Blok J., *Physica*, **22**, 231 (1956).
23. Van Vliet K. M., *Phys. Rev.*, **110**, 50 (1958).
24. Callen H. B., Welton T. A., там же, **83**, 34 (1951).
25. Champlin K. S. (в печати).
26. Shockley W., Read W. T., *Phys. Rev.*, **87**, 835 (1952).
27. Böer K. W., Junge K., *Z. Naturf.*, **8A**, 753, (1953).
28. Montgomery H. C., *Bell Syst. Tech. J.*, **31**, 950 (1952).
29. Первова Л., *Радиотехника и электроника*, **1**, 98 (1956).
30. Oliver D. J., *Proc. Phys. Soc. Lond.*, **B70**, 244 (1957).
31. Sauter D., Seiler K., *Z. Naturf.*, **12A**, 490 (1957).

Г Л А В А 5

ФЛИККЕР-ШУМ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ МАТЕРИАЛАХ

ОБЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФЛИККЕР-ШУМА

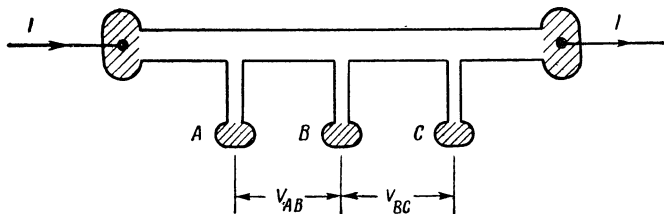
При протекании постоянного тока через полупроводниковый материал между его контактами возникает значительное низкочастотное шумовое напряжение, которое действует наряду с напряжением тепловых и дробовых шумов. Этот шум характеризуется спектром вида const/f^a , причем a близко к единице; такой шум обычно называют фликкер-шумом или шумом типа $1/f$. Аналогичный эффект наблюдается также в зернистых материалах, например в угольных сопротивлениях и в тонкослойных сопротивлениях, причем в этом случае шум имеет контактную природу (возникает в контактах между отдельными зернами, а не в самих зернах) [1, 2].

При измерении фликкер-шума, возникающего в объеме полупроводникового материала, часто оказывается, что этот шум маскируется фликкер-шумом, возникающим в концевых контактах. Для исключения этого контактного шума генератор постоянного тока присоединяют к концевым контактам, а шум измеряют между двумя зондами, не несущими постоянного тока [3] (фиг. 5.1). В ранних экспериментах эти предосторожности не соблюдались, вследствие чего почти весь измеренный шум типа $1/f$ был, по-видимому, контактным. При этом установлено, что даже указанные предосторожности могут оказаться недостаточно эффективными, когда существенную роль играют амбиполярные эффекты [4]¹⁾.

Важно обратить внимание на область частот, в которой существует шум типа $1/f$. В случае угольных сопротивлений и германиевых нитей было обнаружено, что шум подчиняется закону $1/f$ вплоть до частоты $2,5 \cdot 10^{-4}$ гц;

1) См. стр. 88.

для точечных диодов шум этого типа был обнаружен вплоть до такой низкой частоты, как $6 \cdot 10^{-5}$ гц [5, 7]. С другой стороны, наблюдалось значительное расхождение результатов в области высоких частот. В угольных сопротивлениях и аналогичных материалах шум типа $1/f$ был обнаружен до частот порядка 1 Мгц, выше которых



Фиг. 5.1. Схема образца, на котором Монтгомери [3] выполнял измерения шумов при протекании постоянного тока.

Такая же схема может применяться для исключения контактных шумов.

он становился слабым по сравнению с тепловым шумом [8]. Монтгомери [3] обнаружил шум типа $1/f$ в германиевых кристаллах на значительно более высоких частотах, однако в то время поверхности германиевых кристаллов были значительно менее совершенны, чем это достигается в настоящее время. Хайд [9] наблюдал шум типа $1/f$ в двухконтактных германиевых кристаллах до частоты 4 Мгц и обнаружил, что на более высоких частотах спектр описывается законом $1/f^2$. Однако, поскольку эти шумы измерялись не зондами, указанные результаты нельзя считать характерными для самого полупроводникового материала.

Во многих более поздних экспериментах шум типа $1/f$ удавалось обнаруживать лишь в области частот ниже 100—10 000 гц, так как на этих частотах он маскировался тепловым и дробовым шумами [10]. Эти результаты характеризуют достигнутое улучшение производства и обработки полупроводниковых материалов. Бесс [11] обнаружил, что у германиевых нитей при низких температурах шум относится к типу $1/f$ до частот порядка 1000 гц.

Мэйпл, Бесс и Джебби [12] заменили окружающий сухой азот жидким CCl_4 , при этом они обнаружили значительное увеличение шума (на два порядка), сопровождавшееся изменением частотной зависимости спектра от $1/f^{1,22}$ до $1/f^3$ на частоте, где начинается уменьшение генерационно-рекомбинационного шума¹⁾.

Описанный эксперимент иллюстрирует сильное влияние окружающей среды на величину фликкер-шума. Другие работы установили, что влажная атмосфера может усилить шум типа $1/f$ на несколько порядков и что рассматриваемые шумы имеют в основном поверхностное происхождение [13, 14]; ниже (стр. 86) показано, как это согласуется с существующей теорией, однако для детального изучения влияния окружающей среды необходимо обратиться к специальной литературе [10, 15].

То обстоятельство, что шум типа $1/f$ очень слабо зависит от температуры, является другим важным ключом для понимания его природы. Темплтон и Мак-Дональд [16] измеряли шум угольных сопротивлений в диапазоне температур 290—4,2° K в области частот 20—10 000 гц и обнаружили слабые изменения его величины. Аналогичные результаты получены Расселлом [17] для кристаллов ZnO . Как показано на стр. 89—90, эти факты опровергают некоторые прежние теории шума типа $1/f$.

Зависимость шума типа $1/f$ от тока в случае германия часто носит квадратичный характер (как это имеет место в случае флуктуаций проводимости), однако наблюдаются отклонения от такого вида зависимости. Брофи [18], например, обнаружил зависимость от тока вида I^4 в пластически деформированных кристаллах. Брофи [18, 19] и Бесс [11] обнаружили, что пластические деформации, вызванные давлением и высокой температурой, усиливают шум типа $1/f$, причем иногда очень сильно, тогда как нагрев до 650° C и последующее быстрое охлаждение ослабляют его.

1) Фликкер-шум, вероятно, имел приблизительно тот же характер и в атмосфере сухого азота, но при этом переход от спектра $1/f$ к спектру $1/f^3$ маскировался генерационно-рекомбинационным шумом в кристалле. Погружение кристалла в жидкий CCl_4 повысило уровень фликкер-шума настолько, что стало возможным наблюдать изменение характера спектра.

ЭКСПЕРИМЕНТЫ, ВЫЯСНЯЮЩИЕ ПРИРОДУ ШУМА ТИПА $1/f$

Как указывалось выше, шум типа $1/f$ обусловлен флуктуациями плотности носителей; это означает, что наложение внешнего электрического поля не является причиной флуктуаций, а служит лишь удобным средством их обнаружения. Сравным успехом для этой цели можно использовать любой другой способ, позволяющий регистрировать флуктуации плотности носителей; существует несколько таких способов. Одним из них является наблюдение шума Холла [11, 19, 20]. Чтобы пояснить сущность этого явления, рассмотрим прямоугольный параллелепипед из полупроводникового материала, стороны которого параллельны осям X , Y , Z . w_y и w_z — размеры параллелепипеда в направлениях Y и Z соответственно; q — заряд носителя ($-e$ для электрона, $+e$ для дырки) и n — плотность носителей. Пусть поле F_x , приложенное в направлении X , создает дрейф со скоростью u_d в этом направлении; I — величина тока ($I = qnu_d w_y w_z$).

Если в направлении Z действует магнитное поле B_z , то средняя магнитная сила, действующая на движущийся заряд q , равна $-qu_d B_z$ и направлена вдоль оси Y . Если бы она была единственной силой, действующей на носители, то ток должен был бы течь в направлении Y . При разомкнутой цепи протекание такого тока невозможно, а это значит, что общая средняя сила, действующая на носители, должна быть равна нулю. Такие условия создаются за счет того, что в направлении Y действует электрическое поле F_y , в результате чего электрическая сила qF_y , действующая на носитель, в точности компенсирует среднюю магнитную силу $-qu_d B_z$. Таким образом,

$$F_y = u_d B_z \quad (5.1)$$

и э. д. с. Холла V_y , возникающая в параллелепипеде, следовательно, равна

$$V_y = -F_y w_y = -u_d B_z w_y = -\frac{1}{qn} \frac{IB_z}{w_z} \quad (5.2)$$

(последнее выражение получаем, исключая u_d).

Этот вывод справедлив только для металлов; в случае полупроводников необходимо более тщательное усреднение магнитной силы, что приводит к выражению

$$V_y = -\frac{3\pi}{8} \frac{1}{qn} \frac{IB_z}{w_z}. \quad (5.2a)$$

Если ток создается как электронами, так и дырками, то рассмотренные явления описываются более сложным выражением.

Таким образом, э. д. с. Холла V_y есть мера концентрации носителей, а поэтому спонтанные флуктуации Δn этой концентрации должны приводить к флуктуациям ΔV_y э. д. с. Холла; этот эффект известен под названием «шума Холла». Если Δn и ΔV_y имеют соответственно спектральные плотности $S_n(f)$ и $S_v(f)$, то, согласно уравнению (5.2a), имеем

$$S_v(f) = \left(\frac{V_y}{n}\right)^2 S_n(f), \quad (5.3)$$

так что измерение шума Холла позволяет почти непосредственно определять $S_n(f)$.

Эксперименты Брофи и Ростокера [20], а также Бесса [11] показали, что шум типа $1/f$ создается главным образом основными носителями, за исключением случая, когда материал имеет проводимость, близкую к собственной; в этом случае шум создается обоими типами носителей. Было обнаружено, что флуктуации основных и неосновных носителей коррелированы; экспериментальные данные хорошо согласуются с предположением о существовании соотношения

$$\frac{\Delta n}{n} = -\frac{\Delta p}{p}. \quad (5.4)$$

Это соотношение не является неожиданным для относительно медленных флуктуаций, поскольку в этом случае можно считать, что равновесие сохраняется в любой момент времени. Уравнение (5.4) непосредственно следует из соотношения

$$pn = n_i^2 = \text{const},$$

где n_i — концентрация носителей в материале с собственной проводимостью (беспримесном). Это может быть ис-

толковано как модуляция уровня Ферми материала медленными флуктуациями основных носителей, причем эта модуляция носит квазиравновесный характер.

Бесс также измерял шум Холла в области частот, где преобладает генерационно-рекомбинационный шум, и обнаружил, что дробовой шум действительно создается основными носителями. Кроме того, он выяснил, что в материале с проводимостью, близкой к собственной, дробовой шум Холла и шум Холла типа $1/f$ ведут себя различно; это согласуется с тем фактом, что для дробового шума в таком материале $\Delta n = \Delta p$, тогда как для шума типа $1/f$

$$\Delta n = -n \frac{\Delta p}{p}.$$

Брофи [21] также исследовал шум типа $1/f$ при наличии градиента температуры в однородном полупроводнике. Можно показать теоретически, что величина термо-э. д. с. на 1° температуры dh/dT , создаваемая градиентом температуры в полупроводнике, определяется выражением

$$\frac{dh}{dT} = \pm \left(\frac{\Delta E_f}{eT} + \frac{2k}{e} \right), \quad (5.5)$$

где ΔE_f — расстояние между уровнем Ферми и границей зоны¹⁾; положительный знак соответствует материалу p -типа. Флуктуации уровня Ферми должны поэтому приводить к флуктуациям термо-э. д. с., которые известны под названием «шума Зеебека».

Эксперименты с целью изучения дрейфа позволили также определить тип носителей, создающих шум типа $1/f$. Монтгомери [3] использовал полупроводники n -типа с тремя контактами, A , B и C , помещенными относительно близко друг к другу, и измерял шумовые напряжения V_{AB} , V_{BC} и V_{AC} между парами контактов AB , BC и AC соответственно (см. фиг. 5.1). При этом обнаружилась значительная корреляция между V_{AB} и V_{BC} , а это зна-

1) Если E_0 — ширина запрещенной зоны, а E_f — уровень Ферми относительно дна проводящей зоны ($E_f < 0$), то $\Delta E_f = -E_f$ для полупроводника n -типа и $\Delta E_f = E_0 + E_f$ для полупроводника p -типа.

чит, что одни и те же носители вносят вклад как в V_{AB} , так и V_{BC} . Измеряя фазовые сдвиги между V_{AB} и V_{BC} , можно определить знак заряда носителей и их дрейфовую подвижность. Такие измерения, выполненные в области частот, где преобладает генерационно-рекомбинационный шум, показали, что шум создается неосновными носителями; эти результаты были подтверждены опытами с магнитным полем [22]. Полученный вывод хорошо согласуется с представлением о сосредоточенных источниках дырок. При проведении этих экспериментов в области частот, где преобладает шум типа $1/f$, тоже была обнаружена корреляция, но время задержки оказалось несравнимым с временем пробега неосновных и основных носителей¹⁾ (см. стр. 86—87).

ПОЛЕВОЙ ЭФФЕКТ²⁾ [15, 23—30]

Мак-Уэртер [10, 31, 32] связал проблемы фликкер-шума и полевого эффекта³⁾ в полупроводниковом материале. При экспериментальном изучении полевого эффекта используется плоско-параллельный конденсатор, образуемый металлом и тонким слоем германия. На конденсатор подается или ступенчатое, или переменное напряжение. В первом случае изучается изменение во времени проводимости объема германиевого образца, во втором случае—частотная зависимость модуляции проводимости германия. Последний вариант позволяет сделать наиболее непосредственные выводы о природе шума $1/f$.

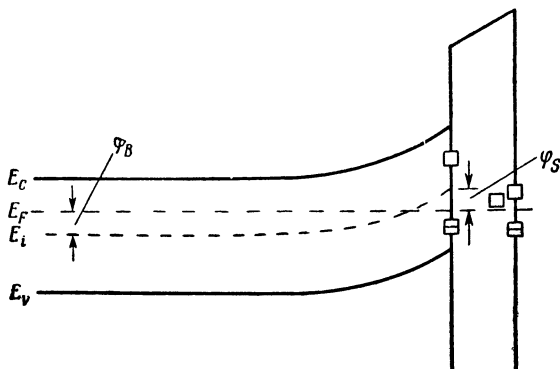
Прежде чем детально рассматривать эти процессы, целесообразно кратко изложить известные сведения о поверхности полупроводника типа германия. Экспериментальное изучение полевого эффекта (вместе с измерениями поверхностной проводимости на структурах плоскостных транзисторов и вариаций контактного потенциала под

1) Сообщение Монтгомери в частном письме Мак-Уэртеру.

2) В этом разделе излагается материал из докторской диссертации Мак-Уэртера.

3) Полевым эффектом принято называть изменение поверхностной проводимости полупроводника под действием поперечного электрического поля. — *Прим. ред.*

действием газовой окружающей среды и света) показывает, что на поверхности существуют локализованные электронные энергетические уровни, лежащие в «запрещенной» области между валентной и проводящей зонами. Заряд, находящийся в таком поверхностном состоянии, создает область поверхностного заряда, которая проникает внутрь германия на глубину порядка 10^{-4} — 10^{-6} см;



Ф и г. 5.2. Структура энергетической зоны у поверхности полупроводника.

такой «двойной» слой создает ощутимую равновесную разность потенциалов между поверхностью и объемом образца, так что поверхностный слой и сам объем могут иметь проводимость различных типов. Действительно, путем соответствующего выбора окружающей газовой среды поверхность можно сделать имеющей либо сильную проводимость n -типа, либо сильную проводимость p -типа независимо от типа проводимости объема материала [33].

Это положение иллюстрирует фиг. 5.2, где показана объемная область с проводимостью n -типа (слабой) и поверхностная область с проводимостью p -типа (слабой). Здесь E_F —уровень Ферми, а E_i —энергия, соответствующая уровню Ферми для материала с собственной проводимостью и лежащая приблизительно посередине запрещенной зоны. Значения разностей $(E_F - E_i)$ для объема и для поверхности соответственно обозначены через ϕ_B и

φ_s [10, 33]. На поверхности существует слой окисла (толщина 20—50 Å), представленный барьерным слоем.

Эксперименты показывают, что существуют два типа поверхностных состояний: «быстрые» и «медленные». «Быстрые» состояния соответствуют быстрой рекомбинации дырок и электронов, и вследствие малой постоянной времени процессов можно полагать, что эти состояния находятся на слое окисла со стороны германия; их плотность около 10^{11} в 1 см^2 . «Медленные» состояния приводят к возникновению полевого эффекта, а их энергия и плотность сильно зависят от окружающего газа. Эти состояния приводят к фиксации φ_s на таком уровне, который в значительной степени зависит от способа обработки поверхности и от окружающей ее среды, но практически не зависит от типа проводимости объема материала или от наличия внешних и внутренних полей. Для учета этого явления необходимо принять, что поверхностная плотность медленных состояний превышает 10^{13} в 1 см^2 .

Времена релаксации медленных состояний имеют порядок секунд или минут, причем обычно наблюдается широкое распределение постоянных времени. Столь большие постоянные времена позволяют предположить, что медленные состояния либо распределены по слою окисла германия, либо расположены на поверхности этого слоя [10, 34].

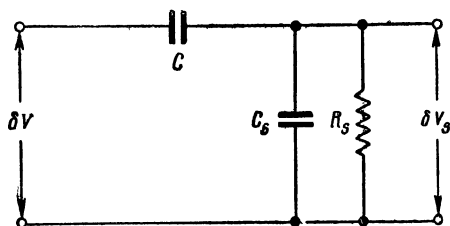
Эксперименты с модуляцией проводимости показывают, что для частот, лежащих ниже некоторой частоты $f_{\text{макс.}}$, характеристика модуляции проводимости часто может быть аппроксимирована выражением

$$S_m(\omega) = a \ln b\omega, \quad (5.6)$$

тогда как в области частот $f > f_{\text{макс.}}$ величина $S_m(\omega)$ асимптотически стремится к постоянному уровню $S_{m\infty}$. В общем случае эта характеристика, и в частности величина $f_{\text{макс.}}$, сильно зависит от обработки поверхности.

Рассмотрим сначала случай, когда существует только один тип медленных поверхностных состояний с постоянной времени τ . Поверхностные состояния способны

накапливать заряд; при этом стекание избыточного заряда характеризуется величиной τ . Поэтому поверхность можно представить соединенными параллельно сопротивлением R_s (на 1 см^2) и емкостью C_s (на 1 см^2), так что $R_s C_s = \tau$. Тогда эквивалентная схема для полевого эффекта будет подобна изображенной на фиг. 5.3. Здесь δV —малые переменные напряжения, приложенные между металлической пластиной и полупроводником, C —емкость (на 1 см^2)



Фиг. 5.3. Эквивалентная схема полевого эффекта.

между металлической пластиной и поверхностью и δV_s —напряжение на C_s . Нетрудно видеть, что переменный заряд δQ_s на емкости C_s при $C \ll C_s$ (что в данном случае имеет место) можно выразить как

$$\delta Q_s = C_s \delta V_s = C \delta V \frac{j\omega C_s R_s}{1 + j\omega C_s R_s} = C \delta V \frac{j\omega \tau}{1 + j\omega \tau}. \quad (5.7)$$

Избыточный заряд $-\delta Q_s$ (на 1 см^2) поступает в полупроводник и изменяет его проводимость в такт с приложенным напряжением. На очень низких частотах ($\omega \tau \ll 1$) эти изменения практически отсутствуют, тогда как при $\omega \tau \gg 1$ они значительны. Такое упрощенное рассмотрение не учитывает конечного сопротивления полупроводящего слоя, но в остальном является справедливым до тех пор, пока процесс характеризуется одной постоянной времени.

Каково изменение проводимости, соответствующее δQ_s ? Поскольку большая часть избыточного заряда $-\delta Q_s$ помещается вблизи поверхности, подвижность этих носителей будет отличаться от подвижности носителей в объеме

вследствие рассеяния по границе. Шриффер [35] ввел коэффициент μ_{FE} («подвижность полевого эффекта») и дал кривую зависимости μ_{FE} от φ_s для германия с собственной проводимостью. Изменение проводимости равно

$$\delta G = \mu_{FE} \frac{\partial Q_s}{\partial V} = C \mu_{FE} \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau}. \quad (5.7a)$$

Как видно, эта модуляция проводимости не соответствует наблюдаемой в действительности частотной характеристике [формула (5.6)]. Для получения требуемой характеристики необходимы следующие функции распределения [10]:

$$\left. \begin{aligned} g(\tau) d\tau &= \frac{g_0 d\tau}{\tau} \text{ при } \tau_1 < \tau < \tau_2, \\ g(\tau) d\tau &= 0 \text{ при } \tau < \tau_1 \text{ или } \tau > \tau_2. \end{aligned} \right\} \quad (5.8)$$

Величина g_0 должна быть выбрана так, чтобы $\int_0^\infty g(\tau) d\tau = 1$, что приводит к

$$g_0 = \frac{1}{\ln(\tau_2/\tau_1)}, \quad (5.8a)$$

и тогда относительная частотная характеристика $S_m(\omega)$ принимает вид

$$S_m(\omega) = \int_0^\infty \frac{j\omega\tau}{1 + j\omega\tau} g(\tau) d\tau = \frac{\ln[(1 + j\omega\tau_2)/(1 + j\omega\tau_1)]}{\ln(\tau_2/\tau_1)}. \quad (5.9)$$

Это выражение обращается в $S_m(\omega) = 1$ при $\omega\tau_1 \gg 1$ и в

$$S_m(\omega) \simeq \frac{\ln \omega\tau_2}{\ln(\tau_2/\tau_1)} \quad (5.9a)$$

при $\omega\tau_1 \ll 1 \ll \omega\tau_2$. Если τ_1 и τ_2 различаются достаточно сильно¹⁾, то полученное выражение правильно описывает

¹⁾ На стр. 90 будет показано, что это и имеет место в действительности.

наблюдаемую экспериментально частотную характеристику. Из сравнения формул (5.6) и (5.9) следует, что $b = \tau_2$, а $f_{\text{макс.}}$ определяется из условия

$$2\pi f_{\text{макс.}} \tau_1 = 1.$$

ПРИМЕНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНОЙ МОДЕЛИ К АНАЛИЗУ ФЛИККЕР-ШУМА

Поверхностные ловушки, которые обуславливают частотную зависимость полевого эффекта, участвуют и в образовании фликкер-шума. Захват носителей ловушками имеет два следствия:

а) вызывает непосредственное изменение числа свободных носителей, имеющихсся в данном образце;

б) вызывает косвенное изменение числа носителей в образце. Изменение заполнения поверхностных ловушек влияет на генерацию неосновных носителей в центрах быстрой рекомбинации вблизи поверхности¹⁾.

Прежде чем приступить к расчету влияния этих эффектов, необходимо отметить, что каждая поверхностная ловушка имеет ограниченный радиус действия. Только те носители, которые находятся в непосредственной близости от ловушки, имеют достаточную вероятность взаимодействия с нею, вследствие чего можно ввести эффективную дальность действия L_D такой ловушки. Это означает, что захват носителя в пределах отдельной элементарной площади порядка $L_D^2 \text{ см}^2$ можно рассматривать как независимое событие и что каждому элементу поверхности может быть приписана постоянная времени τ процесса захвата. Кроме того, существует эффективное число электронов N_0 и эффективное число дырок P_0 на единицу площади, взаимодействующих с поверхностными

¹⁾ Поскольку произведение pn постоянно в области поверхности, содержащей центры быстрой рекомбинации, уменьшение n под действием поверхностных ловушек превращает эту область в источник дырок, тогда как увеличение n вследствие выхода носителей из поверхностных ловушек превращает эту область в сток для дырок. Эти представления служат основой модели Фонгера для поверхностных шумов в плоскостных диодах и транзисторах.

ловушками в пределах этой площади. Если поле на поверхности отсутствует, то равновесные концентрации носителей n_{s0} и p_{s0} у поверхности одинаковы, вследствие чего

$$N_0 = L_D n_{s0}; \quad P_0 = L_D p_{s0}. \quad (5.10)$$

Эти формулы остаются справедливыми при условии, что n_{s0} и p_{s0} не подвергаются сильным изменениям на расстояниях порядка L_D ; при нарушении этого условия возможны отклонения от приведенных соотношений. Полагая $N_0 \gg P_0$, можно определить постоянную времени процесса захвата τ как

$$\tau \simeq \frac{N_0}{n_{s0} p_{t0} c_n}, \quad (5.11)$$

где n_{s0} и N_0 имеют прежний смысл, p_{t0} — концентрация пустых поверхностных ловушек (на 1 см^2) и c_n — вероятность в единицу времени того, что электрон будет захвачен пустой поверхностной ловушкой. Этот результат представляется вполне правдоподобным, так как $n_{s0} p_{t0} c_n$ есть число электронов, захватываемых ловушками на 1 см^2 поверхности за 1 сек.¹⁾

Теперь рассмотрим полупроводник n -типа, имеющий длину L , площадь поперечного сечения A и периметр поперечного сечения C . Пусть один избыточный электрон захватывается элементом поверхности образца. Вследствие непосредственного исчезновения носителя в образце появляется направленный внутрь его ток величиной

$$-(eV_0/L^2) \mu_{FE}.$$

Кроме того, потеря электрона вблизи поверхности увеличивает генерацию дырок поверхностными центрами рекомбинации. Если за время захвата захваченный электрон генерирует в среднем M дырок, то это создает в образце ток, равный

$$(eV_0/L^2)(\mu_p + \mu_n) M.$$

1) Формула Мак-Уэртера для случая соизмеримых значений N_0 и P_0 не согласуется с эквивалентной схемой фиг. 4.2. Вследствие большого числа поверхностных ловушек и малых значений N_0 и P_0 имеем $C_2 \gg C_1$ и $C_2 \gg C_3$, так что δN и δP должны быть независимыми.

Следовательно, общий ток, соответствующий одному захваченному электрону, равен

$$\frac{eV_0}{L^2} [(\mu_p + \mu_n) M - \mu_{FE}]. \quad (5.12)$$

Мак-Уэртер [10] дает следующее выражение для M :

$$M = \frac{Ap_0}{CN_0} = \frac{ALp_0}{CLN_0}, \quad (5.12a)$$

где p_0 — объемная плотность дырок. Здесь ALp_0 — общее число дырок в образце, а CLN_0 — эффективное число носителей, участвующих в процессах захвата. Это выражение для M является очевидным, если считать, что все дырки генерируются на поверхности¹⁾.

Подставляя $\mu_p = 1700 \text{ см}^2/\text{в} \cdot \text{сек}$, $\mu_n = 3600 \text{ см}^2/\text{в} \cdot \text{сек}$ и принимая, что образец представляет собой полупроводник n -типа, выполненный в виде нити сечением $0,05 \times 0,05 \text{ см}^2$, для которого $\mu_{FE} = \mu_n$, $p_0 = 3 \cdot 10^{12}/\text{см}^3$ и $N_0 = 2 \cdot 10^{10}/\text{см}^2$, получим $M = 1,9$ и $(\mu_p + \mu_n) M / \mu_{FE} = 2,7$. Таким образом, два члена выражения (5.12) имеют одинаковый порядок величин, и в общем случае оба должны учитываться.

Пусть теперь δN — флуктуации числа носителей, захваченных в малом элементе площади поверхности ΔS . Если процесс описывается только одной постоянной времени τ , определяемой выражением (5.11), то спектральная плотность $S_{\delta N}(f)$ для процесса δN определяется выражением²⁾

$$S_{\delta N}(f) = \overline{4\delta N^2} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (5.13)$$

Следуя Мак-Уэртеру, примем $N_0 \simeq 2 \cdot 10^{10}/\text{см}^2$, что много меньше числа свободных и заполненных поверхностных ловушек на 1 см^2 . Вследствие малой величины N_0 можно ожидать, что среднеквадратичное значение флуктуаций

1) Все входящие сюда величины вычислены Мак-Уэртером в его диссертации.

2) См. гл. 4, стр. 42.

будет определяться именно этой величиной. Применяя теорию, изложенную на стр. 49 для случая «в», получим

$$\overline{\delta N^2} = N_0 \Delta S, \quad (5.14)$$

так что

$$S_{\delta N}(f) = 4N_0 \Delta S \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}. \quad (5.13a)$$

Теперь следует учесть то обстоятельство, что в действительности процесс описывается больше чем одной постоянной времени; однако здесь требуется осторожность, поскольку, как было показано в гл. 4, весьма вероятно, что выражение для спектральной плотности [формула (5.13)] должно быть в этом случае заменено выражением

$$S_{\delta N}(f) = \sum_i C_i \frac{\tau_i^2}{1 + \omega^2 \tau_i^2}. \quad (5.15)$$

При этом функция распределения (5.8) не будет давать шум типа $1/f$. То обстоятельство, что элемент поверхности площадью порядка $L_D^2 \text{ см}^2$ (около 10^{-10} см^2) можно рассматривать как независимый, позволяет характеризовать каждый элемент поверхности его собственным временем жизни. Тогда формула (5.13a) останется справедливой, а суммирование по всем элементам ΔS будет давать шум типа $1/f$ при условии, что распределение времени жизни отдельных элементов поверхности описывается выражением (5.8); ниже будет показано, что это предположение вполне разумно. Выполняя такое суммирование и обозначая $S = CL$, можно получить [10, 36, 37, 54]

$$\begin{aligned} S_N(f) &= 4N_0 S \int_0^{\infty} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2} g(\tau) d\tau = \\ &= \frac{4N_0 S}{\omega \ln(\tau_2/\tau_1)} (\arctg \omega \tau_2 - \arctg \omega \tau_1). \end{aligned} \quad (5.16)$$

Эта величина имеет постоянное значение, равное

$$4N_0 S \tau_2 / \ln(\tau_2/\tau_1)$$

при $\omega\tau_2 \ll 1$, изменяется по закону $N_0 S/[f \ln(\tau_2/\tau_1)]$ при $\omega\tau_1 \ll 1 \ll \omega\tau_2$ и по закону $1/\omega^2$ при $\omega\tau_1 \gg 1$. Таким образом, спектральная плотность флуктуаций тока равна

$$S_{if}(f) = \left(\frac{eV_0}{L^2}\right)^2 [(\mu_p + \mu_n) M - \mu_{FE}]^2 S_N(f). \quad (5.16a)$$

Следовательно, функция распределения (5.8), объясняющая частотную зависимость полевого эффекта, объясняет и происхождение шума типа $1/f$.

Теперь можно сопоставить величину фликкер-шума в области $1/f$ с низкочастотным дробовым шумом в материале n -типа. Согласно выражениям (4.15) и (4.16), спектральная интенсивность дробового шума в области низких частот определяется выражением

$$S_{is}(f) = 4LA \left[\frac{e(\mu_n + \mu_p)V}{L^2} \right]^2 \frac{p_0 n_0}{p_0 + n_0} \tau_p, \quad (5.17)$$

где A — площадь поперечного сечения образца, p_0 — объемная концентрация дырок, n_0 — объемная концентрация электронов и τ_p — время жизни дырок. Фликкер-шум в области $1/f$ определяется выражением

$$S_{if}(f) = \frac{N_0 CL}{f \ln(\tau_2/\tau_1)} \left(\frac{eV}{L^2}\right)^2 [(\mu_p + \mu_n) M - \mu_{FE}]^2. \quad (5.16b)$$

При $n_0 \gg p_0$ отношение этих двух спектральных интенсивностей равно

$$\frac{S_{if}(f)}{S_{is}(f)} = \frac{N_0}{4p_0\tau_0 f \ln(\tau_2/\tau_1)} \frac{C}{A} \left[\frac{(\mu_p + \mu_n) M - \mu_{FE}}{\mu_p + \mu_n} \right]^2. \quad (5.18)$$

Примем снова, что имеется нить из полупроводника n -типа с поперечным сечением $0,05 \times 0,05$ см², для которой $\tau_p = 10^{-5}$ сек. $\mu_{FE} = \mu_n$ (как и раньше), $N_0 = 2 \cdot 10^{10}/\text{см}^2$, $p_0 = 3 \cdot 10^{12}/\text{см}^3$. Тогда получим $S_{if}(f)/S_{is}(f) \simeq 900/f$. Таким образом, в области частот выше 1000 гц фликкер-шум становится пренебрежимо малым по сравнению с дробовым шумом. Эта оценка хорошо согласуется с экспериментальными данными для слабошумящих полупроводников. Бесспорно, вышеприведенная аппроксимация является довольно грубой и может приводить к ошибкам на 1—2 порядка.

Изложенная теория объясняет также сильное влияние на величину шума окружающей среды, которая может в широких пределах изменять величины N_0 и μ_{FE} , а следовательно, и M .

Однако известно, что частотные зависимости полевого эффекта и фликкер-эффекта не всегда описываются выражениями $\ln \omega$ и $1/\omega$ соответственно; причина этого состоит в том, что $g(\tau)$ изменяется не точно по закону $1/\tau$. Это можно учесть путем введения новой функции распределения $g(\tau) = h(\tau)/\tau$, где $h(\tau)$ — функция, незначительно меняющаяся между точками τ_1 и τ_2 , но быстро убывающая вне этих пределов. Тогда нормированные частотные характеристики можно записать в виде [10]

$$S_m(\omega) = \int_0^{\infty} \frac{\omega}{1 + j\omega\tau} h(\tau) d\tau;$$

$$S_N(\omega) = \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + \omega^2\tau^2} h(\tau) d\tau. \quad (5.19)$$

Дифференцируя $S_m(\omega)$ по ω и опуская несущественный здесь множитель $j = \sqrt{-1}$, получим

$$\frac{dS_m(\omega)}{d\omega} = \int_0^{\infty} \frac{1}{(1 + j\omega\tau)^2} h(\tau) d\tau. \quad (5.19a)$$

Выражения $1/(1 + \omega^2\tau^2)$ и $1/(1 + j\omega\tau)^2$ обращаются в единицу при $\omega\tau \ll 1$ и в нуль при $\omega\tau \gg 1$. Если частота выбрана так, что $\omega\tau_1 \ll 1 \ll \omega\tau_2$, то замена верхнего предела на $1/\omega$ и подстановки $1/(1 + \omega^2\tau^2) \simeq 1$ и $1/(1 + j\omega\tau)^2 \simeq 1$ приводят лишь к небольшой ошибке; тогда

$$\frac{dS_m(\omega)}{d\omega} \simeq S_N(\omega) \simeq \int_0^{1/\omega} h(\tau) d\tau. \quad (5.20)$$

Это соотношение определяет общую взаимосвязь между частотной зависимостью полевого эффекта и спектром фликкер-шума.

Теперь можно понять корреляцию в шуме типа $1/f$: непосредственный захват основных носителей ловушками на поверхности создает лишь локализованные изменения плотности свободных носителей вблизи поверхности, которые не могут распространяться через образец. Модулированная по закону $1/f$ генерация электронно-дырочных пар вблизи поверхности создает неосновные носители, которые распространяются через толщу полупроводника вследствие амбиполярного дрейфа; это в свою очередь должно создавать корреляцию. Однако из приведенного объяснения не видно, почему подвижность, определяемая по корреляции, не согласуется с амбиполярной подвижностью. Для выяснения этого противоречия требуются дальнейшие эксперименты.

Теперь можно также понять влияние амбиполярного дрейфа на шум типа $1/f$, наблюдавшееся при больших токах Хиллом и Ван-Флитом [4] на экспериментальной установке, схема которой изображена на фиг. 5.1. При слабых токах длина амбиполярного дрейфа была настолько короткой, что электронно-дырочные пары шума типа $1/f$, возникающего у концевых контактов, не могли дрейфовать в область между контактами A , B и C и поэтому их влияние измерительной схемой не регистрировалось. Однако при сильных токах длина амбиполярного дрейфа становится настолько большой, что электронно-дырочные пары могут дрейфовать в область между контактами A , B и C и тем самым создавать значительное увеличение измеряемого шума типа $1/f$.

Если шум типа $1/f$, создаваемый модулируемой генерацией электронно-дырочных пар вблизи поверхности, преобладает над прямым эффектом, то время жизни τ_p дырок должно оказывать влияние на шум типа $1/f$. Это объясняет результаты наблюдений Мэйпла, Бесса и Джебби [12] над германиевой нитью, погруженной в CCl_4 , и результаты, полученные Хиллом и Ван-Флитом [4] при больших токах. В свете вышеизложенного можно ожидать, что шум должен описываться выражением

$$\frac{A + B/f}{1 + \omega^2 \tau_p^2}, \quad (5.21)$$

которое учитывает, что дробовой шум и наблюдавшийся шум типа $1/f$ создаются электронно-дырочными парами. Это, по-видимому, согласуется с экспериментальными данными; Мэйпл, Бесс и Джебби обнаружили переход от спектра типа $1/f$ к спектру типа $1/f^3$ вблизи $\omega\tau_p \simeq 1$, а Хилл и Ван-Флит получили несколько отличную частотную зависимость потому, что в их опытах время амбиполярного дрейфа было того же порядка, что и время жизни дырок, и высокочастотный шум имел максимумы и минимумы.

Рассматривая вопрос о получении распределения постоянных времени в виде выражения (5.8)¹⁾, Дю-Пре [36] и Ван-дер-Зил [37] независимо друг от друга пришли к выводу, что постоянная времени τ зависит от энергии активации E :

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{E}{kT}\right), \quad (5.22)$$

где $\tau_0 = \text{const.}$ Тогда распределение (5.8) оказывается следствием следующего распределения энергий активации:

$$G(E) dE = \begin{cases} CdE & \text{для } E_1 < E < E_2; \\ 0 & \text{вне этого интервала,} \end{cases} \quad (5.23)$$

где $C = \text{const.}$

Сравнивая (5.8), (5.22) и (5.23), получим

$$\tau_1 = \tau_0 \exp\left(\frac{E_1}{kT}\right); \quad \tau_2 = \tau_0 \exp\left(\frac{E_2}{kT}\right). \quad (5.22a)$$

Хотя шум, генерируемый в этом случае, не имеет сильной температурной зависимости в области $1/f$, сами границы этой области, к сожалению, сильно зависят от температуры, что следует из (5.22a). Поэтому можно было бы ожидать существенных отклонений от спектра типа $1/f$ на очень низких и очень высоких частотах; однако такие отклонения практически никогда не наблюдаются, и это заставляет отказаться от такой модели.

¹⁾ В некоторых теориях [38, 39] для объяснения шума типа $1/f$ используются представления о многих энергетических уровнях в зоне проводимости и валентной зоне. Это объяснение неправдоподобно, поскольку каждую зону следует рассматривать как единственный уровень.

Более правдоподобным является объяснение, основанное на учете туннельного эффекта. При рассмотрении поверхности n -типа, согласно Мак-Уэртеру [см. (5.11)], имеем

$$\tau \simeq \frac{N_0}{n_{s0} p_{t0} c_n}. \quad (5.24)$$

Если c_n определяется туннельным переходом через потенциальный барьер переменной ширины, то легко получить распределение τ , не зависящее от температуры в широких пределах. Если потенциальный барьер считать прямоугольным, имеющим высоту V и ширину w , то при переходе через него волновые функции состояний в проводящей зоне умножаются на величину

$$\exp \left[-w \left(\frac{2mV}{\hbar^2} \right)^{1/2} \right],$$

где $\hbar = \hbar/2\pi$ и \hbar — постоянная Планка. Поэтому вероятность захвата c_n должна быть примерно равна

$$c_n = \sigma v \exp \left[-2w \left(\frac{2mV}{\hbar^2} \right)^{1/2} \right], \quad (5.25)$$

где σ — нормальное сечение, а v — скорость носителей. Принимая $V = 1$ в, $\sigma = 10^{-14}$ см², $v = 10^7$ см/сек, $N_0/n_{s0} \simeq 10^{-5}$ см, $p_{t0} \simeq 10^{14}$ /см² и считая, что w изменяется от 20 до 40 Å, получим, что c_n должна меняться в пределах почти от 10^{-4} до 10^5 сек⁻¹. Таким образом, туннельный механизм способен создать широкое, почти не зависящее от температуры распределение постоянных времени, необходимое для объяснения экспериментальных данных, если распределение w в некоторых границах равномерно. Температурные изменения величин N_0 , n_{s0} , p_{t0} или v могут объяснить отклонения от спектра типа $1/f$, наблюдавшиеся Бессом при низких температурах.

Можно представить два возможных распределения состояний ловушек. Первое включает состояние ловушек на поверхности слоя окисла с медленно изменяющейся толщиной; для этого случая пригодна модель независимых малых площадей с четко определенной постоянной времени. Второе распределение включает состояние лову-

шек, равномерно распределенных по толще слоя окисла. Если $L_D \simeq 10^{-5}$ см, то отдельные площади поверхности должны составлять примерно 10^{-10} см² и содержать большое количество ловушек, что не позволяет приписывать каждой такой элементарной площади одну постоянную времени¹⁾. Таким образом, более правдоподобной является модель состояний ловушек, размещенных на наружной поверхности слоя окисла. Кроме того, такое представление позволяет лучше объяснить влияние внешней среды.

ДРУГИЕ ТЕОРИИ

Созданная Мак-Уэртером линейная теория шума типа $1/f$ справедлива при условии, что флуктуации поверхностного потенциала, связанные с захватом и освобождением носителей из ловушек, малы по сравнению с kT/e . В противном случае следует применять нелинейную теорию; Моррисон [28, 29, 40] показал, как эта теория может непосредственно приводить к спектру типа $1/f$.

Пусть ΔN —избыточное (по сравнению с равновесным) количество захваченных ловушками носителей, а ΔV —изменение высоты барьера, создаваемое ΔN ; Моррисон принял, что ΔV пропорционально ΔN . Тогда скорость изменения ΔN равна

$$\frac{d\Delta N}{dt} = B \left[\exp \left(\frac{-e\Delta V}{kT} \right) - 1 \right] = B [\exp(-\beta\Delta N) - 1], \quad (5.26)$$

где B —равновесная скорость, с которой заряды проходят через барьер, а $\beta = (e/kT)(dV/dN)$. Интегрирование уравнения (5.26) дает

$$\Delta N = \frac{1}{\beta} \ln [1 - A \exp(-\gamma t)], \quad (5.27)$$

где A —постоянная интегрирования, а $\gamma = \beta B$. Выражение (5.27) можно использовать для расчета автокорреляционной функции, а следовательно, и спектрального распределения ΔN . Принимая для ΔN нормальное распределе-

¹⁾ В отличие от теории Мак-Уэртера.

ние со стандартным отклонением σ , Моррисон получил спектр типа $1/f$ в области частот

$$\gamma \ll \omega \ll \gamma \exp(\sqrt{2}\beta\sigma). \quad (5.27a)$$

Чтобы объяснить весь спектр типа $1/f$ на основе этих представлений, необходимо допустить существование неправдоподобно сильных флуктуаций высоты барьера; однако теорию Моррисона можно использовать для того, чтобы избежать одной из трудностей в теории Мак-Уэрттера. Согласно изложенному на стр. 80—85, при $\omega\tau_1 \simeq 1$ должны наблюдаться отклонения частотной характеристики полевого эффекта от закона $\ln b\omega$ и спектра фликкер-шума от спектра типа $1/f$. Однако эксперименты показывают, что логарифмический вид частотной характеристики полевого эффекта часто становится несправедливым при переходе к высоким частотам, на которых фликкер-шум еще сохраняет спектр типа $1/f$. Чтобы улучшить соответствие между теорией и экспериментом, можно сочетать обе теории. Так, если среднеквадратичное значение флуктуаций высоты барьера порядка kT/e , то многие флуктуации будут переводить систему в существенно нелинейную область. Согласно Мак-Уэрттеру, это должно приводить к смещению высокочастотной границы спектра типа $1/f$ выше частоты $1/(2\pi\tau_1)$.

К теории Мак-Уэрттера близко примыкает теория Норста [41, 42], основанная на предположении, что шум создается флуктуациями поверхностного потенциала φ_s . Эти флуктуации являются тепловыми, и поэтому флуктуации скорости поверхностной рекомбинации s определяются из соотношений

$$\overline{\Delta S^2} = \left(\frac{\partial s}{\partial \varphi_s} \right)^2 \overline{\Delta \varphi_s^2}; \quad \overline{\Delta \varphi_s^2} = 4kTR_{\text{экв.}} \Delta f, \quad (5.28)$$

где $R_{\text{экв.}}$ — вещественная часть эквивалентного полного сопротивления, в котором возникает φ_s . Для расчета $R_{\text{экв.}}$ Норт предложил эквивалентную схему поверхностных ловушек, подобную эквивалентной схеме фиг. 4.2. Теория Норста, по-видимому, представляет собой другой способ учета механизма генерации дырок, предложенного Мак-Уэрттером.

Бесс [43, 44] предложил совершенно иное объяснение шума типа $1/f$. Исходя из экспериментальных данных, подтверждающих, что величина шума типа $1/f$ может при пластических деформациях изменяться, Бесс предположил, что шум связан со смещением граней. Атомы примеси могут диффундировать вдоль поверхности образца и вдоль смещенных граней внутрь объема. При создании такой модели предполагается, что «эмиссионные центры» примесных атомов, случайно распределенные по поверхности, способны испускать и поглощать большие количества этих атомов; пока атомы примеси остаются свободными, они могут действовать как ловушечные центры для дырок и электронов. Бесс предполагает, что эмиссионные центры связаны с линиями смещения граней. Основываясь на весьма специальной модели этих явлений, он получил шум типа $1/f$ в широкой области частот.

Однако следует отметить, что другие теории тоже могли бы столь же хорошо объяснить шум, создаваемый смещениями. Например, структура энергетической зоны вблизи смещения аналогична имеющей место у поверхности, и, следовательно, к ней можно применить теорию Мак-Уэртера. Интересно отметить, что Моррисон развил свою нелинейную теорию для модели, основанной на линиях смещения. Тот факт, что смещения могут играть важную роль в создании шума, подтверждается не только наблюдениями влияния пластических деформаций, но и большой величиной шума типа $1/f$, порождаемого на границах зерен¹⁾.

Петритц [45] предположил, что шум типа $1/f$ может быть связан с местными пробоями барьеров. Однако, если это явление и могло бы иметь значение для некоторых переходов с большими обратными смещениями, все же кажется невероятным, чтобы этот механизм мог объяснить шум типа $1/f$, возникающий в однородной нити.

1) Границы зерен характеризуются сгущением линий смещения в относительно тонкой области; у таких границ тип проводимости может отличаться от типа проводимости материала, заполняющего объем. Граница зерен, разделяющая две части нити из материала n -типа, которая в остальном является однородной, может придать этой нити свойства транзистора $n - p - n$ -типа с отсоединенной базой.

Фонгер [46] предположил, что шум типа $1/f$ может создаваться наряду с поверхностным механизмом Мак-Уэртера также местными переходами ($n^+ - n$ в материале n -типа), распределенными по поверхности; он подтвердил это экспериментальными данными.

Шёнфельд [47] сделал интересное открытие, показав, что применение теоремы Карсона¹⁾ к механизму образования шума, состоящему в наложении случайных импульсов вида $t^{1/2}$, приводит к спектру типа $1/f$. Однако известно, что теорема Карсона в этом случае неприменима. Шёнфельд указывает, что одномерная диффузия должна давать именно такой вид импульсов, однако трудно представить себе, что такую диффузию можно рассматривать как «элементарное событие».

Более подробное исследование диффузионных моделей шума типа $1/f$ приведено в работах Белла [48], Ричардсона [49], Мак-Фарлана [50], Берджеса [51], Петритца [52] и др.; полученные ими результаты показывают, что пригодными являются лишь весьма специализированные модели. Любой диффузионный механизм, примененный к образцу конечных размеров, приводит к равномерному спектру в области низких частот²⁾. В случае диффузии носителей этот спектр имеет место в области звуковых частот [53], тогда как в случае диффузии ионов равномерный спектр может иметь место на таких низких частотах, которые не поддаются экспериментальному наблюдению. В последнем случае сильная температурная зависимость диффузионной постоянной должна приводить к ощутимым отклонениям от шума типа $1/f$ при высоких и низких температурах. В гл. 4 на стр. 55—58 рассмотрен пример диффузионной модели, которая не приводит к шуму типа $1/f$.

1) См. гл. 3, стр. 32.

2) Равномерная часть спектра возникает вследствие того, что бесконечное количество постоянных времени диффузии, характеризующих задачу, имеет верхний предел. То обстоятельство, что некоторые из указанных выше теорий не приводят к такому результату, объясняется либо тем, что они используют формулы, справедливые только для образцов бесконечных размеров (бесконечное время диффузии), либо тем, что они заменяют суммирование рядов интегрированием.

В заключение, таким образом, можно сказать, что теория Мак-Уэртера является наиболее обнадеживающим подходом к проблеме шума типа $1/f$ в полупроводниках и что туннельный эффект представляет собой такой механизм, который наиболее правдоподобно приводит к широкому, не зависящему от температуры распределению постоянных времени. Мак-Уэртер показал, что этот же механизм может объяснять контактные шумы, наблюдаемые в отдельных контактах и в зернистых материалах; это было подтверждено его экспериментами на одиночном контакте ртуть—алюминий. Однако, поскольку эта проблема имеет лишь отдаленную связь с шумом полупроводника, она подробно здесь не развивается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Williams N. H., Thatcher E. W., *Phys. Rev.*, **40**, 121 (1932).
2. Christenson C. J., Pearson G. L., *Bell. Syst. tech. J.*, **15**, 197 (1936).
3. Montgomery H. C., там же, **31**, 950 (1952).
4. Hill J. E., van Vliet K. M., *Physica*, **24**, 709 (1958).
5. Baker D., *J. appl. Phys.*, **25**, 922 (1954).
6. Firlie T., Winston H., там же, **26**, 716 (1955).
7. Rollin B. V., Templeton I. M., *Proc. phys. Soc. Lond.*, **B66**, 259 (1953).
8. Van Vliet K. M., Blok J., Ris C., Steketee J., *Physica*, **2**, 723 (1956).
9. Hyde F. J., *Proc. Phys. Soc. Lond.*, **B69**, 242 (1956).
10. McWhorter A. L., *M. I. T. Lincoln Laboratory Report*, No. 80 (May 1955).
11. Bess L., *J. appl. Phys.*, **26**, 1377 (1955).
12. Maple T. G., Bess L., Gebbie H. A., там же, **26**, 490 (1955).
13. Pearson G. L., Montgomery H. C., Feldman W. L., там же, **27**, 91 (1956).
14. Brophy J. J., там же, **29**, 1377 (1958).
15. Kingston R. H. и др., *Semiconductor Surface Physics*, University of Pennsylvania Press, 1957.
16. Templeton I. M., McDonald D. K. C., *Proc. phys. Soc. Lond.*, **B66**, 680 (1953).
17. Russell B. R., 10th American Conference on Physical Electronics. M. I. T. Cambridge, Massachusetts, March, 1950.
18. Brophy J. J., *J. appl. Phys.*, **27**, 1383 (1956).
19. Brophy J. J., *Phys. Rev.*, **106**, 675 (1957).
20. Brophy J. J., Rostoker N., там же, **100**, 754 (1955).
21. Brophy J. J., там же, **111**, 1050 (1958).

22. Suhl R., *Bell Syst. tech. J.*, **32**, 647 (1953).
23. Bardeen J., Coover R., Morrison S. R., Schrieffer J., Sun R., *Phys. Rev.*, **104**, 47 (1956).
24. Brattain W. H., Garrett C. B., *Bell Syst. tech. J.*, **35**, 1019 (1956).
25. Brown W. L., *Phys. Rev.*, **91**, 518 (1953).
26. De Mars G. A., Statz H., Davis L., там же, **98**, 539 (1955).
27. Montgomery H. C., Brown W. L., там же, **103**, 865 (1956).
28. Morrison S. R., там же, **104**, 619 (1956).
29. Morrison S. R., in *Semiconductor Surface Physics*, University of Pennsylvania Press, 1957.
30. Statz H., Davis L., de Mars G. A., *Phys. Rev.*, **98**, 540 (1955).
31. McWhorter A. L., in *Semiconductor Surface Physics*, University of Pennsylvania Press, 1957.
32. McWhorter A. L., Kingston R. L., *Proc. IRE*, 1376 (1954).
33. Kingston R. H., *J. appl. Phys.*, **27**, 101 (1956).
34. Kingston R. H., McWhorter A. L., *Phys. Rev.*, **103**, 534 (1956).
35. Schrieffer J. R., там же, **97**, 641 (1955).
36. Du Pré F. K., там же, **78**, 615 (1950).
37. Van der Ziel A., *Physica*, **16**, 359 (1950).
38. Baumgartner W., Thoma H. U., *Z. angew. Phys.*, **6**, 66 (1955).
39. Burgess R. E., *Brit. J. appl. Phys.* **6**, 185 (1955).
40. Morrison S. R., *Phys. Rev.*, **99**, 1904 (1955).
41. North D. O., Institute of Radio Engineers and American Institute of Electrical Engineers Conference on Semiconductor Devices Research, University of Pennsylvania, 1955.
42. North D. O., Amer Phys. Soc. Meeting, Boulder, Colorado, Sept. 1957.
43. Bess L., *Phys. Rev.*, **91**, 1569 (1953).
44. Bess L., там же, **103**, 72 (1956).
45. Petritz R. L., in *Semiconductor Surface Physics*, University of Pennsylvania Press, 1957.
46. Fonger W. H., *Bull. Amer. phys. Soc.*, **3**, 260 (1958).
47. Schönfeld H., *Z. Naturf.*, **10A**, 291 (1955).
48. Bell D. A., *Proc. Phys. Soc. Lond.*, **72**, 27 (1958).
49. Richardson J. M., *Bell. Syst. tech. J.*, **29**, 117 (1950).
50. McFarlane G. G., *Proc. Phys. Soc. Lond.*, **B63**, 807 (1950).
51. Burgess R. E., там же, **B66**, 334 (1953).
52. Petritz R. L., *Phys. Rev.*, **87**, 535 (1952).
53. Van Vliet K. M., Van der Ziel A., *Physica*, **24**, 415, 556 (1958).
54. Surdin M. J., *Phys. Radium*, **10**, 188 (1939); **12**, 777 (1951).

ШУМЫ В ФОТОПРОВОДНИКАХ

ОСНОВНАЯ ЗАДАЧА ТЕОРИИ ШУМОВ
В ФОТОПРОВОДНИКАХ [1]

Рассмотрим простой фотопроводник, имеющий два энергетических уровня, E_1 и E ($E_1 < E$), между которыми могут происходить переходы с испусканием и поглощением кванта $h\nu = E - E_1$, где h — постоянная Планка, а ν — частота испускаемого и поглощаемого света; энергетический уровень E считается соответствующим зоне проводимости¹⁾. Рассмотрим случай, когда этот фотопроводник обменивается излучением с черным телом, имеющим температуру T_r . Предполагается, что при этом имеет место тепловое равновесие и, кроме того, все переходы сопровождаются излучением или поглощением фотонов.

Согласно закону излучения Планка (см. [2]), плотность фотонов равна

$$q(\nu) = \frac{8\pi (\nu^2/c^3)}{\exp(h\nu/kT_r) - 1}. \quad (6.1)$$

Поток фотонов, падающий на детектор с площадью A , следовательно, равен²⁾

$$J(\nu) = \frac{1}{4} c A q(\nu) = \frac{2\pi A (\nu^2/c^2)}{\exp(h\nu/kT_r) - 1}. \quad (6.2)$$

Число N_r принимаемых квантов флуктуирует, что приводит к так называемому «фотонному шуму», спектр которого является белым для всех частот, представляющих

1) Здесь излагается теория по Ван-Флигу.

2) Один множитель $1/2$ обусловлен тем обстоятельством, что излучение принимается только с одного направления. Второй множитель $1/2$ появляется в результате того, что принимаемое излучение интегрируется по всем возможным направлениям падения.

практический интерес; спектральная плотность этого шума равна ¹⁾

$$S_J(f) = 2J(\nu) \frac{\exp(h\nu/kT_r)}{\exp(h\nu/kT_r) - 1}. \quad (6.3)$$

Далее необходимо учесть взаимодействие с фотопроводником. Пусть N_1 и N — числа заполненных состояний с энергиями E_1 и E соответственно; тогда [2, 3]

$$\frac{dN}{dt} = N_1 J B_{12} - N (J B_{21} + A_{21}). \quad (6.4)$$

Первый член определяет скорость индуцированного возбуждения, второй — скорость индуцированного испускания и третий — скорость спонтанного испускания. Отношение результирующей скорости возбуждения к падающему потоку фотонов J , называемое квантовой эффективностью η , следовательно, равно

$$\eta = N_1 B_{12} - N B_{21}. \quad (6.5)$$

Введя скорости генерации и рекомбинации свободных электронов (число N)

$$g(N) = N_1 J B_{12}; \quad r(N) = N J B_{21} + N A_{21}, \quad (6.6)$$

уравнение (6.4) можно записать в форме уравнения (4.20):

$$\frac{dN}{dt} = g(N) - r(N). \quad (6.7)$$

Обозначим равновесные значения величин N , N_1 , η , J соответственно через N_0 , N_{10} , η_0 , J_0 и равновесные скорости генерации и рекомбинации через $g(N_0) = g_0$ и

1) Если число N_r принимаемых квантов подчинено статистике Пуассона (см. гл. 3), то $(N_r - \bar{N}_r)^2 = \bar{N}_r$ и, следовательно, $S_J(f) = 2J(\nu)$ аналогично случаю дробовых шумов. Однако на самом деле кванты подчинены статистике Бозе—Эйнштейна, так что

$$(N_r - \bar{N}_r)^2 = \bar{N}_r \exp(h\nu/kT_r) / [\exp(h\nu/kT_r) - 1].$$

Это непосредственно приводит к выражению (6.3).

$r(N_0)=r_0$ соответственно. Очевидно, что в равновесном состоянии $g_0=r_0$, и поэтому

$$g_0=r_0=N_{10}J_0B_{12}=N_0J_0B_{21}+N_0A_{21};$$

$$\eta=\eta_0=N_{10}B_{12}-N_0B_{21}. \quad (6.8)$$

Теперь исследуем флуктуации относительно равновесной концентрации N_0 ; если $\Delta N=N-N_0$ и $\Delta J=J-J_0$, то из уравнения (6.7) следует

$$\frac{d\Delta N}{dt} = \left(\frac{\partial g}{\partial N} - \frac{\partial r}{\partial N} \right)_0 \Delta N + \left(\frac{\partial g}{\partial J} - \frac{\partial r}{\partial J} \right)_0 \Delta J + \Delta F_{sp} =$$

$$= -\frac{\Delta N}{\tau_r} + \eta_0 \Delta J + \Delta F_{sp}, \quad (6.9)$$

где τ_r —радиационное время жизни, определяемое из соотношения

$$\frac{1}{\tau_r} = - \left(\frac{\partial g}{\partial N} - \frac{\partial r}{\partial N} \right)_0. \quad (6.9a)$$

Первый член выражения (6.9) определяет восстановление системы при произвольном отклонении от равновесия, второй — влияние флуктуаций в падающем излучении, а третий характеризует флуктуации спонтанной рекомбинации; эти два типа флуктуаций должны иметь белые спектры. По аналогии с выражением (6.3) для флуктуаций результирующей скорости возбуждения $N_1JB_{12}-NJB_{21}$ можно записать (учитывая наличие полной корреляции флуктуаций величин N_1JB_{12} и NJB_{21})

$$S_e(f) = 2(N_{10}B_{12} - N_0B_{21})J_0(\nu) \frac{\exp(h\nu/kT_r)}{\exp(h\nu/kT_r) - 1}, \quad (6.10)$$

так что

$$S_e(f) = \eta_0 S_r(f). \quad (6.10a)$$

Для флуктуаций скорости спонтанной рекомбинации NA_{21} также по аналогии с выражением (6.3) получаем

$$S_r(f) = 2N_0A_{21} \frac{\exp(h\nu/kT_r)}{\exp(h\nu/kT_r) - 1}. \quad (6.11)$$

Использование соотношения (6.8) дает $S_e(f) = S_r(f)$.

Эти выражения можно упростить, применяя следующие соотношения, даваемые теорией излучения Эйнштейна:

$$\frac{N_0}{N_{10}} = K \exp\left(-\frac{h\nu}{kT_r}\right); \quad B_{12} = KB_{21}, \quad (6.12)$$

где $K = g/g_1$ есть отношение статистических весов g и g_1 двух состояний с энергиями E и E_1 соответственно. Подставляя эти соотношения в (6.10) и (6.11) и применяя соотношение $S_e(f) = S_r(f)$, можно получить

$$S_e(f) = S_r(f) = \eta_0 S_J(f) = 2g_0. \quad (6.13)$$

Выполняя анализ Фурье для ΔN и используя (6.9), получим

$$S_N(f) = \frac{4g_0 \tau_r^2}{1 + \omega^2 \tau_r^2} = 2\eta_0 S_J(f) \frac{\tau_r^2}{1 + \omega^2 \tau_r^2}, \quad (6.14)$$

что аналогично выражению (4.22). Этот результат можно было бы получить непосредственно, применяя к уравнению (6.7) теорию, изложенную в гл. 4, стр. 47.

Далее следует рассмотреть реакцию фотопроводника на модулированный световой сигнал $J_{s0} \exp(j\omega t)$, определяемую уравнением, аналогичным уравнению (6.9):

$$\frac{d\Delta N}{dt} = -\frac{\Delta N}{\tau_r} + \eta_s J_{s0} \exp(j\omega t), \quad (6.15)$$

где η_s — квантовая эффективность для принимаемого излучения, а $\Delta J = J_{s0} \exp(j\omega t)$ — переменная составляющая светового сигнала. Подставляя в (6.15) $\Delta N = \Delta N_0 \exp(j\omega t)$ и решая полученное уравнение, имеем

$$\left| \frac{\Delta N}{\Delta J} \right| = \frac{\eta_s \tau_r}{(1 + \omega^2 \tau_r^2)^{1/2}}. \quad (6.16)$$

Если $\Delta i = i_0 \exp(j\omega t)$ — выходной сигнал, то $\Delta i = I \Delta N / N_0$, где I — постоянный ток, протекающий через образец. Следовательно, частотная функция передачи определяется выражением

$$\begin{aligned} R_s(f) &= \left| \frac{\Delta i}{\Delta J} \right| = \left| \frac{\Delta i}{\Delta N} \right| \cdot \left| \frac{\Delta N}{\Delta J} \right| = \frac{I}{N_0} \left| \frac{\Delta N}{\Delta J} \right| = \\ &= \frac{I}{N_0} \frac{\eta_s \tau_r}{(1 + \omega^2 \tau_r^2)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Вместе с тем выходная мощность шума равна

$$S_i(f) = \left| \frac{\Delta i}{\Delta N} \right|^2 S_N(f) = \left(\frac{I}{N_0} \right)^2 \frac{4g_0 \tau_r^2}{1 + \omega^2 \tau_r^2}. \quad (6.18)$$

Отсюда можно сделать следующие выводы:

1. Индуцированные и спонтанные переходы дают равные вклады в шум; поэтому общий шум не может быть меньше, чем удвоенный шум, обусловленный только индуцированными переходами.

2. Шум, обусловленный флуктуациями скоростей переходов, получается таким же, как если бы между энергетическими состояниями E_1 и E существовали два некоррелированных и совершенно случайных потока, eg_0 и er_0 .

3. Все следствия статистики Бозе—Эйнштейна для падающих фотонов исчезают.

4. Спектральная плотность шума и квадрат функции передачи одинаково изменяются с частотой.

До сих пор предполагалось, что фотопроводник взаимодействует с излучением только на одной частоте. Однако результат останется тем же и при наличии многих частот при условии, что механизм возбуждения одинаков для всех энергий фотонов. Это утверждение основано на том, что рассматриваемый эффект вызывается отдельными фотонами и что флуктуации падающего излучения являются независимыми в различных интервалах частот $\Delta\nu$. Последнее означает, что если ΔJ —часть общего потока фотонов J , принимаемого в интервале частот $\Delta\nu$, и если $\Delta S_J(f)$ и $S_J(f)$ —соответствующие интенсивности фотонного шума; то

$$\Delta S_J(f) = \frac{\Delta J}{J} S_J(f). \quad (6.19)$$

Далее рассмотрим случай, когда возбуждение вызывается только излучением, а процессы рекомбинации безызлучательны и обусловлены взаимодействием с колебаниями решетки (фононами). В этом случае флуктуации результирующей скорости рекомбинации опять равны $2g_0$, поскольку излучаемые фононы имеют ту же статистику, что и фотоны, так что изложенная выше теория остается справедливой.

Наконец, рассмотрим случай, когда часть возбуждения создается также взаимодействием с фононами; это имеет место, например, во многих полупроводниковых материалах с проводимостью, близкой к собственной. Изложенная выше теория остается справедливой и при этих условиях. Однако для этого случая необходимо ввести новые определения таких величин, как время жизни τ и скорость генерации g_0 . Это дает

$$g_0 = g_{r0} + g_{n0}; \quad \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_r} + \frac{1}{\tau_n}, \quad (6.20)$$

где g_{r0} и g_{n0} — скорости генерации и возбуждения, обусловленные радиационными и нерадиационными процессами соответственно, а τ_r и τ_n — соответственно радиационное и нерадиационное время жизни¹⁾.

Кроме того,

$$g_0 = \frac{\overline{\Delta N^2}}{\tau} = \frac{\overline{\Delta N^2}}{\tau_r} + \frac{\overline{\Delta N^2}}{\tau_n}$$

или

$$g_{r0} = \frac{\overline{\Delta N^2}}{\tau_r}, \quad g_{n0} = \frac{\overline{\Delta N^2}}{\tau_n}, \quad (6.20a)$$

где $\overline{\Delta N^2}$ — среднеквадратичное отклонение числа носителей от равновесного значения²⁾. Таким образом, вместо (6.14), (6.17) и (6.18) получим следующие выражения:

$$S_N(f) = \frac{4g_0\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2} = 4 \left(\frac{\overline{\Delta N^2}}{\tau_r} + \frac{\overline{\Delta N^2}}{\tau_n} \right) \frac{\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2}, \quad (6.14a)$$

$$R_s(f) = \frac{I}{N_0} \frac{\eta_s \tau}{(1 + \omega^2\tau^2)^{1/2}}, \quad (6.17a)$$

1) Второе выражение уравнения (6.20) можно истолковать так: если флуктуация ΔN может исчезать со скоростью $\Delta N/\tau_1$ в результате процесса 1 и со скоростью $\Delta N/\tau_2$ в результате процесса 2, то

$$\frac{d(\Delta N)}{dt} = -\frac{\Delta N}{\tau_1} - \frac{\Delta N}{\tau_2} = -\frac{\Delta N}{\tau}, \quad \text{где} \quad \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}.$$

2) Поскольку $S_N(f) = \frac{4g_0\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2}$, то $\overline{\Delta N^2} = \int_0^\infty S_N(f) df = g_0\tau$.

$$\begin{aligned}
 S_i(f) &= \left(\frac{I}{N_0}\right)^2 S_N(f) = \left(\frac{I_0}{N_0}\right)^2 \frac{4g_0\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2} = \\
 &= \left(\frac{I}{N_0}\right)^2 \cdot 4 \left(\frac{\overline{\Delta N^2}}{\tau_r} + \frac{\overline{\Delta N^2}}{\tau_n} \right) \frac{\tau^2}{1 + \omega^2\tau^2}. \quad (6.18a)
 \end{aligned}$$

Эти выражения будут справедливы, если имеется только один ряд энергетических уровней. В реальных случаях в процессах фотопроводимости может принимать участие большое количество энергетических уровней, например, рекомбинация может происходить на центрах рекомбинации или может иметь место взаимодействие свободных носителей с ловушками. В таких случаях выражения для $S_i(f)$ и $R_s(f)$ не обязательно имеют одинаковую частотную зависимость. Соответствующие расчеты здесь оказываются чрезвычайно сложными, поскольку не может быть применена термодинамическая теория, а метод эквивалентных схем на эти случаи не был распространен¹⁾.

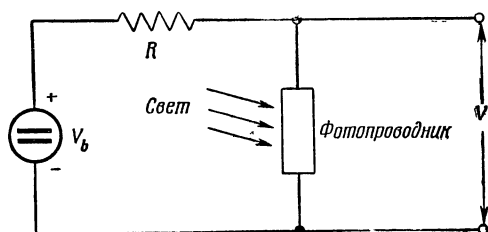
ПРЕДЕЛ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ ФОТОПРОВОДНИКОВ. КОЭФФИЦИЕНТ ШУМА [7, 14]

Обычная схема включения фотопроводника изображена на фиг. 6.1. Поскольку концевые контакты создают контактные шумы, целесообразно использовать большое сопротивление нагрузки и измерять сигнал между зондами. Сопротивление нагрузки должно быть выбрано настолько большим, чтобы источник питания действовал как генератор постоянного тока, а конструкция экспериментальной установки должна быть такой, чтобы во избежание амбиполярных явлений время жизни носителей было малым по сравнению с временем дрейфа через полупроводник. Берджес [15] предложил мостовой метод для исключения контактных шумов, а Пэйдж, Терхан и Хикмтт [16] предложили способ улучшения отношения сигнал/шум для фотопроводниковых устройств с монокристаллом.

¹⁾ Более подробно рассматриваемые вопросы изложены в работах Ван-Флита [4, 6].

Предположим, что подлежащий обнаружению световой сигнал прерывается с частотой f ; сигнал с выхода фотопроводника подается на усилитель, настроенный на частоту f и имеющий полосу пропускания B . Сигнал обозначим через $i(f)$, а среднеквадратичное значение шума — через $[S_i(f) B]^{1/2}$. Тогда отношение сигнал/шум равно

$$\frac{i(f)}{[S_i(f) B]^{1/2}}. \quad (6.21)$$



Фиг. 6.1. Схема для наблюдения фотопроводимости.

Если ввести частотную функцию передачи $R_s(f)$ и квантовую эффективность η_s для падающего светового потока J_s с частотой ν_s , то

$$i(f) = J_s R_s(f). \quad (6.22)$$

Эквивалентный шумовой поток фотонов $J_{\text{экр.}}$ определяется как такой поток, при котором отношение сигнал/шум равно 1, т. е.

$$J_{\text{экр.}} = \frac{[S_i(f) B]^{1/2}}{R_s(f)}, \quad (6.23)$$

а эквивалентная шумовая мощность определяется как

$$P_{\text{экр.}} = h\nu_s J_{\text{экр.}} = h\nu_s \frac{[S_i(f) B]^{1/2}}{R_s(f)} \text{ (вт)}. \quad (6.24)$$

Подставляя (6.17а) и (6.18) в (6.24), для детектора с двумя уровнями получим

$$P_{\text{экр.}} = \frac{h\nu_s}{\eta_s} (4g_0 B)^{1/2}. \quad (6.24a)$$

Отсюда видно, что $J_{\text{экр.}}$ и $P_{\text{экр.}}$ пропорциональны $B^{1/2}$; кроме того, в большинстве случаев они пропорциональны $A^{1/2}$. При сопоставлении характеристик различных фотопроводниковых элементов результаты следует пересчитывать к стандартным условиям ($A=1 \text{ см}^2$, $B=1 \text{ гц}$). Величина, обратная $P_{\text{экр.}}$, полученная при таких же условиях, называется удельной чувствительностью или добротностью элемента. Изменение $P_{\text{экр.}}$ пропорционально $B^{1/2}$, что отражает хорошо известный факт улучшения точности измерений в присутствии шума при усреднении за длительное время.

В простейших случаях, например для детекторов с двумя уровнями без шума типа $1/f$, сигнал и шум имеют одинаковую частотную зависимость, вследствие чего $J_{\text{экр.}}$ и $P_{\text{экр.}}$ не зависят от частоты прерывания f . В других случаях, например когда шум типа $1/f$ преобладает, эти величины зависят от частоты¹⁾.

Значение $P_{\text{экр.}}$, полученное изложенным выше способом, является тем пределом, которого можно достичь с данным элементом при заданных условиях. Существует несколько способов улучшения характеристик элемента. Идеальным был бы случай, при котором чувствительность ограничивалась только шумом, присущим принимаемому излучению. В действительности это, вообще говоря, не имеет места и задача состоит в том, чтобы сделать шумы всех прочих источников, например тепловой шум и шум типа $1/f$, малыми по сравнению с шумом фона. В связи с этим оказывается необходимым характеризовать шумовые свойства фотопроводника при помощи понятия о коэффициенте шума устройства, вводимого по аналогии с коэффициентом шума радиоприемников.

Пусть $[S_i(f) B]^{1/2}$ — среднеквадратичное значение выходного шума фотопроводника в полосе частот B и $[S_{ir}(f) B]^{1/2}$ — среднеквадратичное значение шума на выходе, обусловленного лишь принимаемым излучением (по-

¹⁾ Подробное обсуждение характеристик детекторов излучения при рассмотренных и других условиях приведено в обзорной работе Джонса [7].

лезное излучение и шум фона). Тогда коэффициент шума определяется как

$$F = \frac{S_i(f)}{S_{ir}(f)}. \quad (6.25)$$

Большинство исследователей принимали в качестве коэффициента шума детектора излучения величину \sqrt{F} , однако мы будем пользоваться определением коэффициента шума, данным выражением (6.25), поскольку оно аналогично применяемому в радиотехнике.

Определение коэффициента шума при помощи формулы (6.25) оказывается не вполне однозначным, так как при этом не оговорена величина шума фона, мешающего измерениям [1]. Снижение этого шума, например путем охлаждения и фильтрации, может увеличить коэффициент шума и в то же время значительно понизить минимальную мощность обнаруживаемого сигнала. Коэффициент шума характеризует те улучшения данного типа элемента, которые можно получить, не изменяя величины принимаемого шума фона¹⁾.

Это обстоятельство можно проиллюстрировать несколькими примерами. Во многих случаях флуктуации плотностей носителей обусловлены не шумом фона, а колебаниями решетки. При этом улучшения чувствительности можно достичь путем ослабления этих флуктуаций, например, при охлаждении фотоэлемента до достаточно низкой температуры. В других случаях фотоэлемент облучается световым фоном; последний может быть либо «световым смещением», как, например, в случае фотопроводниковых элементов CdS, либо тепловым излучением окружающего пространства, как это имеет место в инфракрасных детекторах без охлаждения или охлаждаемых, но не имеющих экранировки. Чтобы пояснить это, перепишем формулу (6.25), предположив, что $S_i(f)$ содержит составляющую $S_{ir}(f)$, обусловленную шумом фона, и

1) Коэффициент шума F имеет дополнительное преимущество, заключающееся в том, что он поддается простому расчету. В некоторых отношениях было бы выгоднее ввести вместо коэффициента шума величину $F' = S_i(f)/S_{is}(f)$, являющуюся абсолютной мерой шума; здесь $S_{is}(f)$ — спектр шума, связанного с полезным излучением.

составляющую $S_{in}(f)$, вызванную шумами, происхождение которых не связано с излучением. Тогда

$$F = 1 + \frac{S_{in}(f)}{S_{ir}(f)}. \quad (6.25a)$$

Близкие к 1 коэффициенты шума были получены в случае свинцово-сульфидных фотопроводниковых элементов, охлажденных до температуры жидкого азота и воспринимавших шум излучения окружающей среды, которая имела комнатную температуру. Это значит, что в данном случае $S_{in}(f) < S_{ir}(f)$ [8, 17, 18].

Спектральные плотности $S_i(f)$, $S_{ir}(f)$ и $S_{in}(f)$ флуктуаций на выходе обычно бывают пропорциональны спектральным плотностям $S_N(f)$, $S_{Nr}(f)$ и $S_{Nn}(f)$ соответствующих флуктуаций числа носителей. В этом случае (6.25) и (6.25a) можно записать в виде

$$F = \frac{S_N(f)}{S_{Nr}(f)} = 1 + \frac{S_{Nn}(f)}{S_{Nr}(f)}. \quad (6.25b)$$

НЕКОТОРЫЕ ПРИМЕРЫ ФОТОПРОВОДНИКОВ

Рассмотрим сначала случай, когда чувствительность фотопроводникового элемента ограничена не флуктуациями излучения фона, а флуктуациями, вносимыми колебаниями решетки (фононами). Радиационное время жизни τ_r , «решеточное» время жизни τ_n и полное время жизни τ можно определить, как указано на стр. 102. Тогда, согласно выражению (6.25b), имеем

$$F = \frac{S_N(f)}{S_{ir}(f)} = \frac{\tau_r}{\tau} = 1 + \frac{\tau_r}{\tau_n}. \quad (6.26)$$

Если τ_r очень велико, а τ сравнительно мало, то коэффициент шума велик; у такого фотопроводника чувствительность не ограничивается фотонным шумом. Такой случай имеет место при межзонных переходах в кремнии и германии, где τ_r порядка 1 сек. В PbS, PbTe, PbSe и InSb радиационные времена жизни порядка нескольких микросекунд или меньше, вследствие чего чувствительность

у таких материалов может ограничиваться фотонным шумом [11].

Улучшения коэффициента шума можно добиться путем увеличения времени жизни носителей в материале. Если, однако, τ , очень велико, то по этому пути нельзя идти слишком далеко, поскольку чрезмерно большие времена жизни могут привести к ухудшению частотной характеристики, что в некоторых случаях, например в фотопроводниковых телевизионных передающих трубках (видиконах), является нежелательным.

Подстановка (6.20а) в (6.24а) дает

$$P_{\text{экр.}} = \frac{h\nu_s}{\eta_s} \left(\frac{4\overline{\Delta N^2}B}{\tau} \right)^{1/2}. \quad (6.27)$$

Это выражение удобнее, чем (6.24а), поскольку $\overline{\Delta N^2}$ обычно бывает известно, а τ поддается измерению.

В качестве примера рассмотрим следующие случаи, которые обсуждались в гл. 4:

а. Полупроводники, обладающие единственным глубоко расположенным донорным уровнем

$$\overline{\Delta N^2} = \frac{N_0(N_d - N_0)}{2N_d - N_0} = \frac{N_0(1 - \lambda)}{2 - \lambda}, \quad (6.28)$$

где N_d — число доноров, N_0 — число свободных электронов и $\lambda = N_0/N_d$.

б. Полупроводники, обладающие глубоко расположенными донорами или ловушками, которые частично заполнены примесью противоположного характера.

При достаточно низких температурах и при условии, что число ловушек превышает число донорных уровней, внесенных примесью, имеем

$$\overline{\Delta N^2} \simeq N_0. \quad (6.29)$$

в. Материалы с проводимостью, близкой к собственной,

$$\overline{\Delta N^2} = \frac{N_0 P_0}{N_0 + P_0}, \quad (6.30)$$

где N_0 и P_0 — числа электронов и дырок соответственно.

Выражение (6.27) показывает, что $P_{\text{экр.}}$ пропорционально воспринимающей площади A фотопроводника.

Чтобы проиллюстрировать это, сопоставим различные плоские образцы фотопроводникового материала, имеющие одинаковую толщину d .

В этом случае $\overline{\Delta N^2}$ пропорционально объему Ad образца; если $\overline{\Delta n^2}$ — средний квадрат флуктуаций плотности носителей, то

$$\overline{\Delta N^2} = \overline{\Delta n^2} Ad \quad (6.31)$$

и соответственно

$$P_{\text{экв.}} = \frac{\hbar \nu_s}{\eta_s} \left(\frac{4 \overline{\Delta n^2} Ad B}{\tau} \right)^{1/2}. \quad (6.32)$$

Зависимость $P_{\text{экв.}}$ от толщины образца заслуживает специального внимания, поскольку η_s зависит не только от частоты сигнала, но и от толщины d . Пусть $r(\nu)$ и $a(\nu)$ — коэффициенты отражения и поглощения материала соответственно, и каждый поглощенный квант создает свободный носитель; тогда

$$\eta_0(\nu) \simeq [1 - r(\nu)] \{1 - \exp[-a(\nu)d]\}. \quad (6.33)$$

Грубо говоря, толщину d следует выбирать так, чтобы величина $d^{1/2}/\eta_s$ имела минимальное значение; это достигается, если d слегка превышает глубину проникновения $1/a(\nu)$. В фотопроводниках, в которых свободные носители образуются межзонными переходами, коэффициент поглощения $a(\nu)$ обычно очень велик, поэтому оптимальная толщина оказывается порядка 10^{-4} см.

Так, например, фотопроводящие элементы из PbS, PbTe и PbSe изготавливаются в виде тонких слоев толщиной 10^{-4} см [17].

В тех фотопроводниках, где свободные носители образуются переходами с глубоко расположенных донорных уровней в зону проводимости или переходами из валентной зоны на пустые акцепторные уровни или ловушки, коэффициент поглощения значительно меньше, а оптимальная толщина соответственно больше. Наконец, в случае фотопроводящих изоляторов, у которых свободные носители образуются только за счет оптического поглощения, толщина образца менее важна, поскольку здесь величина $\overline{\Delta N^2}$ определяется только поглощением света и

непропорциональна толщине, по крайней мере если d значительно превышает $1/a$ [1].

Лучшие результаты можно получить в тех случаях, когда шум определяется в основном излучением фона. Пусть J_s — падающий поток фотонов частоты ν_s , а излучение фона имеет тепловое происхождение и обладает температурой T_r . Рассчитаем при этих условиях минимальную обнаруживаемую мощность. Поскольку излучение фона имеет спектральное распределение

$$J_r(\nu) d\nu = \frac{2\pi A (\nu^2/c^2) d\nu}{\exp(h\nu/kT_r) - 1}, \quad (6.34)$$

фотонный шум, приходящийся на поток $J_r(\nu) d\nu$, имеет спектр

$$dS_r(f, \nu) = \frac{2J_r(\nu) d\nu \exp(h\nu/kT_r)}{\exp(h\nu/kT_r) - 1}. \quad (6.35)$$

По частоте f этот спектр является белым. Пусть $\eta(\nu)$ — квантовая эффективность для излучения фона; тогда, согласно (6.10а), флуктуации скорости генерации имеют спектр $2\eta(\nu) dS_r(f, \nu)$. Соответствующий этому спектр эквивалентных флуктуаций в падающем потоке фотонов равен $2\eta(\nu) dS_r(f, \nu)/\eta_s^2$. Следовательно, минимальная обнаруживаемая мощность, определяемая флуктуациями излучения, равна

$$\begin{aligned} P_{\text{экр. } r} &= \frac{B^{1/2} h \nu_s}{\eta_s} \left[\int_0^\infty 2\eta(\nu) dS_r(f, \nu) \right]^{1/2} = \\ &= \frac{2B^{1/2} h \nu_s}{\eta_s} \left[\int_0^\infty \frac{\eta(\nu) J_r(\nu) \exp(h\nu/kT_r) d\nu}{\exp(h\nu/kT_r) - 1} \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (6.36)$$

Если чувствительность фотопроводникового элемента ограничивается флуктуациями излучения, то минимальную обнаруживаемую мощность можно уменьшить, снижая температуру T_r . Если же эта чувствительность не ограничивается флуктуациями излучения, а $P_{\text{экр. } r}$ — минимальная обнаруживаемая мощность, то

$$\frac{P_{\text{экр.}}}{P_{\text{экр. } r}} = \sqrt{F}. \quad (6.36a)$$

Это соотношение объясняет, почему ряд исследователей принимали \sqrt{F} за коэффициент шума [7].

В качестве примера рассмотрим случай фотопроводникового элемента, принимающего монохроматическое излучение на частоте ν_s . Чтобы уменьшить составляющую шума, обусловленную колебаниями решетки, до величины, соизмеримой или меньшей шума фона, фотопроводник обычно приходится охлаждать. Для дальнейшего уменьшения $P_{\text{экр. } r}$ целесообразно экранировать фотопроводник от облучений нагретыми окружающими частями, для чего вводят радиационные экраны с фильтром, который должен пропускать только длину волны сигнала; при этом как экран, так и фильтр должны охлаждаться.

В табл. 6.1 приведены величины энергетического интервала между зонами E_0 , длинноволновой границы для межзонных переходов λ_0 , радиационного времени жизни τ_r ,

Таблица 6.1

Материал	E_0 , эв	λ_0 , мкм	τ_r , сек.	$P_{\text{экр. } r}$, вт
Si	1,12	1,1	3,5	$4 \cdot 10^{-18}$
Ge	0,75	1,65	0,3	$3 \cdot 10^{-15}$
PbS	0,41	3,0	$10 \cdot 10^{-6}$	$7,7 \cdot 10^{-13}$
PbTe	0,32	3,9	$1,7 \cdot 10^{-6}$	$3,2 \cdot 10^{-12}$
PbSe	0,26	4,75	$3 \cdot 10^{-6}$	$6,9 \cdot 10^{-12}$
InSb	0,17	7,1	$0,4 \cdot 10^{-6}$	$1,8 \cdot 10^{-11}$

и пороговой мощности $P_{\text{экр. } r}$ для ряда полупроводниковых материалов при комнатной температуре и при условии, что эти материалы подвержены действию излучения фона комнатной температуры¹⁾. Значения τ_r и $P_{\text{экр. } r}$ рассчитаны для материалов с собственной проводимостью в предпо-

¹⁾ Эти величины заимствованы из доклада Петритца, представленного в 1954 г. на конференции по фотопроводникам в Атлантик-Сити, и приводятся здесь лишь для иллюстрации, так как они не представляют результатов более поздних измерений.

ложении, что площадь равна 1 см^2 , толщина слоя $1/a$ и что в этом слое имеет место полное поглощение, т. е. $\eta = \eta_s = 1$ при $h\nu > E_0$ и $\eta = 0$ при $h\nu < E_0$. Зависимость $P_{\text{экр. } r}$ от E_0 отражает тот факт, что при больших значениях E_0 в возбуждении носителей участвует меньшая часть излучения фона. Радиационное время жизни рассчитано по формуле

$$\tau_r = \frac{N_i}{2g_0}, \quad (6.37)$$

где N_i — число носителей в данном образце с собственной проводимостью, а g_0 — скорость возбуждения¹⁾. Пороговая мощность излучения $P_{\text{экр. } r}$ получена при условии $\tau_n > \tau_r$; для дальнейшего уменьшения минимальной обнаруживаемой мощности необходимо использовать дальнейшее охлаждение вместе с экранировкой от излучения фона.

Зависимость $P_{\text{экр. } r}$ от E_0 не означает, что наилучшим элементом из числа реагирующих на желаемый сигнал является обязательно тот, который имеет наибольший интервал между зонами; практически представляет интерес минимальная обнаруживаемая мощность $P_{\text{экр.}}$, которая превышает $P_{\text{экр. } r}$, если только предел чувствительности не определяется флуктуациями излучения фона. Однако значения $P_{\text{экр. } r}$ показывают, что материал с большей величиной интервала между зонами имеет лучшую результирующую чувствительность при отсутствии экранировки при условии, что он может быть охлажден до достаточно низкой температуры и что его быстроедействие не является решающим фактором. Значения $P_{\text{экр. } r}$ также показывают,

¹⁾ Это выражение наиболее просто доказывается на основе теории, изложенной в гл. 4, стр. 48

$$g(N) = g_0 = \text{const}; \quad r(N) = \rho N^2;$$

при равновесии

$$g_0 = \rho_0 N_0^2$$

и соответственно

$$\tau = \frac{1}{\left(\frac{\partial r}{\partial N}\right)_0 - \left(\frac{\partial g}{\partial N}\right)_0} = \frac{1}{2\rho N_0} = \frac{N_0}{2g_0}.$$

Подстановка $N_0 = N_i$ приводит к выражению (6.37).

что предел чувствительности, определяемый излучением фона, быстрее достигается у материалов с меньшим интервалом между зонами и что для фотопроводников, изготовленных из таких материалов, очень важна экранировка от излучения фона, создаваемого их окружением [1, 11].

ФОТОПРОВОДНИКИ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ НА ПРАКТИКЕ

Как видно из изложенного на стр. 111—112, фотопроводниковые элементы, изготовленные из германия или кремния с собственной проводимостью, вряд ли смогут достигать предела чувствительности, определяемого излучением фона, если не применяется охлаждение до очень низких температур. Однако это не является существенным недостатком, поскольку этот предел очень низок [19—21]. Другой недостаток этих элементов состоит в том, что приходится использовать очень тонкие слои, которые, вероятно, имеют поликристаллическую структуру и поэтому будут генерировать шум типа $1/f$. По-видимому, удобнее применять эти материалы в виде плоскостных диодов, охлажденных до низкой температуры¹⁾.

В германий и кремний также можно вводить примеси никеля, железа, кобальта, марганца, золота и других элементов. Эти элементы создают примесные центры на расстоянии приблизительно 0,2—0,4 \AA от зоны проводимости (материал n -типа) или от валентной зоны (материал p -типа). Получаемые таким образом материалы являются многообещающими для использования в качестве фотопроводников в диапазоне волн, превышающих длинноволновую границу λ_0 материала с собственной проводимостью. До настоящего времени в большинстве опубликованных работ исследования проводились с легированным германием [22, 23].

Поскольку коэффициент поглощения имеет величину порядка нескольких см^{-1} , фотоэлементы могут быть получены из монокристаллических материалов; оптимальная толщина таких элементов должна быть около 1 мм. Для наблюдения фотопроводимости температура должна быть на-

¹⁾ См. гл. 11, стр. 206—208.

столько низкой, чтобы большая часть примеси оставалась неионизированной; для этой цели достаточна температура жидкого азота (77°K). Фассетт наблюдал в таких образцах генерационно-рекомбинационный шум, измерения которого проводились им для кристаллов, охлажденных до температуры жидкого азота и полностью экранированных от излучения фона. Поскольку сопротивление образца германия с примесью марганца падало, когда кристалл при температуре 77°K подвергался воздействию излучения фона комнатной температуры, можно считать, что в этом случае чувствительность детектора с таким материалом определяется уровнем этого излучения [24].

Чтобы показать перспективы применения таких материалов, приведем данные, характеризующие один из полученных Фассеттом образцов при температуре 77°K . Образец площадью $0,3 \text{ см}^2$ имел примесь марганца и проводимость p -типа. Положение акцепторных уровней было таким, что элемент реагировал на излучения с длиной волны до 7 мкм . Чтобы определить предел чувствительности $P_{\text{экв.}}$, определяемый фононным шумом при 77°K , используем некоторые данные Фассетта, полученные в результате измерения шумов: $P_0 \simeq 10^9$ дырок и $\tau \simeq 10^{-5}$ сек. Полагая $\Delta f = 1 \text{ гц}$, $h\nu_s = 0,16 \text{ эв}$ и принимая $\eta_s \simeq 0,2$, получим после подстановки в (6.27) $P_{\text{экв.}} \simeq 2,5 \cdot 10^{-12} \text{ вт}$. Этот пример показывает возможности, открывающиеся при использовании таких материалов. Как видно из табл. 6.1, интерметаллическое соединение InSb является весьма перспективным для применения в качестве фотопроводника в диапазоне волн до 7 мкм . Учитывая малую величину интервала E_0 для такого материала, необходимо экранировать фотоэлемент от излучения фона, как указано выше [25].

Сульфид свинца (PbS), селенид свинца (PbSe) и теллурид свинца (PbTe) являются полупроводниками с собственной проводимостью, которые широко применяются в качестве фотопроводящих материалов. Такие фотоэлементы обычно имеют вид очень тонкой (10^{-4} см) фотопроводящей пленки. При комнатной температуре чувствительность пленок ограничивается генерационно-рекомбинационным шумом, создаваемым фононами. Однако при низких

температурах их чувствительность достигает предела, определяемого фотонным шумом, который обусловлен излучением фона при комнатной и более низкой температуре. Для PbS получены чувствительности, доходившие до $2 \cdot 10^{-14}$ *вт*. Согласно табл. 6.1, PbSe и PbTe обладают при тех же температурах меньшей чувствительностью [7—9, 11, 13, 17, 18, 26—28].

Слои, образующие фотопроводящие элементы, состоят из кристаллитов соли свинца, разделенных межкристаллитовыми барьерами, которые создаются окисями свинца или солей свинца. На поверхности кристаллитов присутствуют области пространственного заряда, размеры которых малы по сравнению с диффузионной длиной носителей; на подвижность носителей сильно влияют межкристаллитовые барьеры. Это явление можно описать путем введения «эффективной» подвижности материала μ^* , которая оказывается значительно меньше «истинной» подвижности μ монокристаллического материала. Значение μ^* зависит от высоты барьеров, которая определяется плотностью носителей в кристаллитах; в результате этого, изменения плотности носителей проявляются в виде флуктуаций высоты барьера, что в свою очередь приводит к изменениям подвижности. Таким образом, проводимость изменяется двояко: а) непосредственно, вследствие изменений плотности носителей и б) косвенно, вследствие соответствующих изменений высоты барьера.

Последний эффект сильно влияет на характеристику фотоэлемента, а также на генерационно-рекомбинационный шум. Время жизни дырочно-электронных пар частично определяется поверхностными состояниями, в которых большинство дырок захвачено ловушками, тогда как электроны подвижны.

Теория этого эффекта очень проста [28]. Пусть материал имеет проводимость p -типа с концентрацией носителей, равной p ; тогда удельная проводимость равна

$$\sigma = e\mu^*p. \quad (6.38)$$

Пусть p изменяется на величину Δp , тогда μ^* изменится на величину $\Delta\mu^*$, а σ — на величину

$$\Delta\sigma = e\mu^*\Delta p + ep\Delta\mu^* = e\mu^*\Delta p (1 + B), \quad (6.39)$$

где $B = (p/\mu^*) (\Delta\mu^*/\Delta p)$ — коэффициент умножения; так же умножается и генерационно-рекомбинационный шум. Пусть P — общее число носителей; флуктуации ΔP величины P как обычно имеют спектральную плотность

$$S_p(f) = 4\overline{\Delta P^2} \frac{\tau}{1 + \omega^2 \tau^2}; \quad (6.40)$$

соответствующая спектральная плотность тока равна

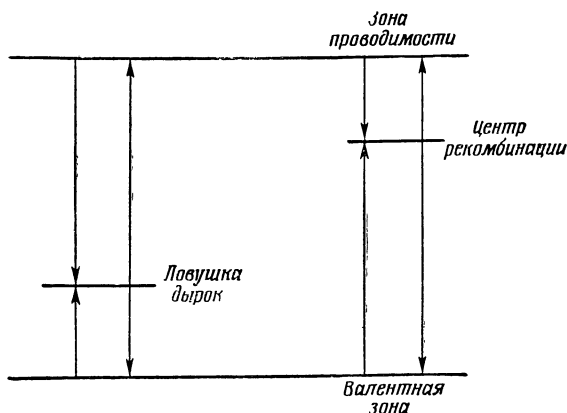
$$S_i(f) = \left[\frac{e\mu^* (1+B) V}{L^3} \right]^2 S_p(f), \quad (6.40a)$$

где V — приложенное напряжение и L — длина образца. В результате этого эффекта умножения фотонный и генерационно-рекомбинационный шум могут стать большими по сравнению с шумом типа $1/f$.

Наиболее изученным фотопроводниковым изолятором является сульфид кадмия (CdS). Поскольку CdS обладает очень высоким темновым сопротивлением, этот материал часто подвергают сильному облучению (световое смещение), прежде чем будет получена достаточно заметная проводимость (например, сопротивление элемента 10^4 ом). При таких условиях все возбуждения являются индуцированными и минимальная обнаруживаемая мощность ограничивается флуктуациями светового смещения. Так как характеристика элемента нелинейна, минимальная обнаруживаемая мощность $P_{\text{экр.}}(J_B)$ сложным образом зависит от потока фотонов J_B светового смещения. Ван-Флит [4, 6, 29] получил экспериментально значение $P_{\text{экр.}} \simeq 10^{-11}$ вт при наиболее высоких уровнях светового смещения. При самых низких практически применяемых уровнях освещенности величина $P_{\text{экр.}}$ может быть меньше на несколько порядков.

При отсутствии светового смещения сигнал приходится обнаруживать на фоне флуктуаций темнового тока. В элементах на CdS этот ток ограничен объемным зарядом и может стать значительным по величине при подаче достаточно большого напряжения [30]. Величина шума, связанного с таким током в изоляторе, неизвестна; для выяснения вопроса требуется его подробное изучение.

Шульман [31], Боур [32], Ван-Флит и Блок [4, 6, 29] измеряли частотные характеристики фотоэлементов на CdS и шумы в них при наличии светового смещения¹⁾. Их эксперименты обнаружили генерационно-рекомбинационный шум со слабой составляющей шума типа $1/f$ [33].



Фиг. 6.2. Центры рекомбинации и ловушки в CdS.

Прежде чем обсуждать более подробно эти эксперименты, необходимо рассмотреть схему энергетических уровней CdS. Межзонные переходы возникают при облучении CdS светом с длиной волны $\lambda < 5100\text{\AA}$; при длинах волн $\lambda > 5100\text{\AA}$ за проводимость ответственны переходы из локализованных энергетических состояний. Как показано на фиг. 6.2, здесь имеют место два типа центров: один тип, так называемый активаторный центр, имеет большой эффективный поперечник захвата для дырок, когда он заполнен электроном, и малый поперечник захвата для электронов в пустом состоянии; поэтому он действует как очень эффективная ловушка дырок. Центр

¹⁾ Частотная характеристика фотопроводимости измеряется посредством модулированного света.

другого типа действует как центр рекомбинации; он является причиной переходов, не сопровождающихся излучением, однако, вследствие того, что практически все дырки захвачены центрами другого типа, эти центры действуют в основном как ловушки электронов. Теория флуктуаций в столь сложной системе была построена Ван-Флитом и Блоком [5]. Световые смещения с $\lambda < 5100\text{\AA}$ и с $\lambda > 5100\text{\AA}$ различно влияют на шум.

Ван-Флит и Блок выяснили, что при световом смещении с $\lambda > 5100\text{\AA}$ кривые квадрата частотной характеристики элемента и спектра шума идут параллельно до частоты 1000 гц ; эти кривые описываются выражениями вида $\text{const}/(1 + \omega^2\tau^2)$, причем τ изменяется от 1 сек. до 10^{-2} сек. в зависимости от интенсивности света. В этой области частот шум носит характер фотоиндуцированного шума, так как он характеризуется той же постоянной времени, которая характеризует фотопроводимость. В области высоких частот спектр шума имеет довольно ровный «хвост», что связано с флуктуациями скорости захвата электронов ловушками; эти ловушки не должны влиять на частотную характеристику элемента.

Если применяется световое смещение с $\lambda < 5100\text{\AA}$, то вследствие сильного поглощения возникают большие количества электронно-дырочных пар, причем дырки практически полностью захватываются ловушками. Кривые квадрата частотной характеристики и спектральной плотности шума в этом случае идут параллельно до частоты 10 кгц ; обе кривые в области высоких частот изменяются по закону $1/f^2$ (кривая спектральной плотности шума не имеет длинного «хвоста»). В этих экспериментах облучение и поглощение были, по-видимому, настолько сильными, а плотность электронов настолько велика, что большинство ловушек было заполнено. В области низких частот спектральная плотность шума не могла быть представлена функцией вида $\text{const}/(1 + \omega^2\tau^2)$; здесь, очевидно, необходимо ввести несколько постоянных времени, причем наименьшая из них должна равняться $3 \cdot 10^{-4}$ сек. Последняя постоянная времени связана с переходами между зоной проводимости и активаторными уровнями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Van Vliet K. M., *Proc. IRE*, **46**, 1004 (1958).
2. Becker R. *Teorie der Electrizaet*, Leipzig, Berlin, Teubner.
3. Einstein A., *Phys. Z.*, **18**, 121 (1917).
4. Van Vliet K. M., *Current Fluctuations in Semiconductors and Photoconductors*, Ph. D. Thesis, Free University of Amsterdam, 1956.
5. Van Vliet K. M., Blok J., *Physica*, **22**, 231 (1956).
6. Van Vliet K. M., Blok J., там же, **22**, 525 (1956).
7. Jones R. C., *Advanc. Electron.*, **5**, 1 (1953).
8. Felgett P. B., *J. opt. Soc. Amer.*, **39**, 970 (1949).
9. Jones R. G., там же, **37**, 879 (1948).
10. Lewis W. B., *Proc. phys. Soc. Lond.*, **59**, 34 (1947).
11. Petritz R. L., in *Photoconductivity Conference*, New York; John Wiley, 1956.
12. Rose A., in *Photoconductivity Conference*, New York; John Wiley, 1956.
13. Moss T. S., *J. opt. Soc. Amer.*, **40**, 603 (1950).
14. Van Vliet K. M., Blok J., Ris C., Steketee J., *Physica*, **22**, 723 (1956).
15. Burgess R. E., *Brit. J. appl. Phys.*, **6**, 385 (1955).
16. Page R. N., Terhune R. W., Hickmott J., *J. appl. Phys.*, **27**, 307 (1956).
17. Moss T. S., *Proc. IRE*, **43**, 1869 (1955).
18. Watts B. N., *Proc. phys. Soc. Lond.*, **A62**, 456 (1949).
19. Burstein E., Picus G., Sclar N., in *Photoconductivity Conference*, New York; John Wiley, 1956.
20. Goucher F. S., *Phys. Rev.*, **78**, 816 (1950).
21. Van Roosbroeck W., Shockley W., там же, **99**, 1558 (1954).
22. Tyler W. W., Woodbury H., там же, **96**, 874 (1954).
23. Newman R., Tyler W. W., там же, **96**, 882 (1954).
24. Fassett J. R., *Noise in Germanium Crystals at Low Temperatures*, M. Sc. Thesis, University of Minnesota, 1958.
25. Oliver D. J., *Proc. phys. Soc. Lond.*, **B70**, 331 (1957).
26. Горячев А. И., Юматов К. А., *Радиотехника и электроника*, **1**, (1503) (1956).
27. Lummis F. L., Petritz R. L., *Phys. Rev.*, **105**, 502 (1957).
28. Petritz R. L., там же, **104**, 1508 (1956).
29. Van Vliet K. M., *Physica*, **23**, 248 (1957).
30. Smith R. W., Rose A., *Phys. Rev.*, **97**, 1531 (1955).
31. Shulman G. I., там же, **98**, 384 (1955).
32. Böer K. W., Kummel U., Molgedey G., *Ann. Phys. Lpz.*, **17**, 344 (1956).
33. Butler W. M., Muscheid W., там же, **14**, 215 (1954); **15**, 82 (1954).

ШУМЫ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СОПРОТИВЛЕНИЯХ

ЛИНЕЙНОЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ

Механизм возникновения шумов в германии и кремнии (дробовой шум; шум типа $1/f$, возникающий на поверхности, и шум типа $1/f$, возникающий на границах зерен), по-видимому, остается неизменным и в других полупроводниковых материалах. Однако в различных материалах может изменяться соотношение составляющих шумов, создаваемых разными источниками. Кроме того, можно предполагать, что монокристаллы должны обладать лучшими шумовыми характеристиками, чем поликристаллические материалы.

Некоторые из поликристаллических материалов пригодны для изготовления сопротивлений. Среди них надо отметить сплавы с управляемой валентностью и разбавленные полупроводники. Наиболее известным представителем первой группы является однородная смесь Li_2O и NiO , которая может быть представлена химической формулой $\text{Li}_\delta\text{Ni}_{1-\delta}\text{O}$, где δ может меняться в широком диапазоне значений. Ионы Li^+ занимают в решетке место ионов Ni^{2+} ; при этом для сохранения нейтральности объемного заряда равное число ионов Ni^{2+} должно преобразовываться в ионы Ni^{3+} . Последние действуют в качестве акцепторов, так что вся смесь представляет собой дырочный проводник, причем величину удельной проводимости можно изменять путем подбора концентраций Li_2O .

В качестве примера разбавленных полупроводников укажем однородную смесь проводящей компоненты Fe_3O_4 и изолирующей компоненты MgCr_2O_4 . Эти компоненты

можно представить в виде $\text{Fe}^{2+}\text{Fe}_2^{3+}\text{O}_4$ и $\text{Mg}^{2+}\text{Cr}_2^{3+}\text{O}_4$, следовательно, двузарядные ионы могут обмениваться местами друг с другом, и такой же обмен возможен у трехзарядных ионов. Ионы Fe^{2+} действуют в качестве доноров, а величину проводимости можно понижать путем увеличения содержания изолирующей компоненты MgCr_2O_4 [1].

Сопротивления, изготовленные из этих материалов, имеют по сравнению с угольными сопротивлениями то преимущество, что они изготавливаются из однородного материала без зернистой структуры и поэтому должны иметь более слабые шумы. Шумовые свойства таких сопротивлений изучены недостаточно, известно лишь, что они лучше, чем у большинства угольных сопротивлений; эти свойства заслуживают дальнейшего изучения.

В некоторых полупроводниковых приборах используется эффект Холла; кроме того, существуют приборы, действие которых основано на использовании эффекта Зеебека. Как указано в гл. 5, в первых приборах должен наблюдаться шум Холла, а во вторых—шум Зеебека. Существуют также полупроводниковые приборы, действие которых основано на эффекте магнито-сопротивления. Под этим эффектом понимается зависимость сопротивления материала от приложенного магнитного поля; у некоторых полупроводников, например у InSb , такая зависимость оказывается очень сильной. Если такие материалы помещены в постоянное магнитное поле, на которое наложена переменная составляющая поля, то удельное сопротивление материала будет изменяться в одном ритме с переменной составляющей поля. Если такое устройство соединить с батареей и с сопротивлением нагрузки, то в нагрузку будет поступать мощность переменного тока. При благоприятных условиях эта выходная мощность может быть значительно больше, чем мощность, затрачиваемая в магнитной цепи; при этом устройство действует как усилитель. Если во входной магнитной цепи не возникает шум Баркгаузена, а в электрической выходной цепи не создается слишком сильный шум типа $1/f$, то такой усилитель должен иметь низкий коэффициент шума [2, 3]

НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ СОПРОТИВЛЕНИЯ: ТЕРМИСТОРЫ

Термисторы изготавливаются из полупроводниковых материалов с высоким отрицательным температурным коэффициентом удельного сопротивления. В США термисторы производятся из смеси окислов Mn_2O_3 и NiO , тогда как европейские термисторы — из смеси окислов Fe_3O_4 и $MgCr_2O_4$ или $ZnCr_2O_4$. Сопротивление термистора определяется выражением вида

$$R \equiv R_{\infty} \exp \left(\frac{B}{T} \right). \quad (7.1)$$

Важным применением термисторов является измерение малых изменений температур и слабых излучений. Некоторые применения термисторов основаны на использовании нелинейности их вольт-амперных характеристик. Постоянная времени термистора определяется тепловыми процессами (это — постоянная времени теплообмена между термистором и окружающей средой). Путем уменьшения теплоемкости термистора эта постоянная времени может быть сделана очень малой.

Поскольку термисторы всегда применяются в режиме протекания тока, шумы термисторов следует изучать именно в этом режиме [4]. В работе Брофи [5] указано на существование только шума типа $1/f$, а Ван-Флит и др. [6] обнаружили слабый шум типа $1/f$, наложенный на генерационно-рекомбинационный шум, причем спектр этого шума оставался равномерным ниже 100 гц [7]. Это различие в спектрах шума, по-видимому, является следствием различия в материале и (или) конструкции термисторов.

Шум обычно бывает пропорционален I^{β} , где $\beta \simeq 1,2-1,3$. Для флуктуаций линейного сопротивления в гл. 4 было показано, что $\beta=2$; отклонение от этого теоретического результата следует приписать нелинейности характеристики термистора.

Шум типа $1/f$ представляет собой либо контактный шум, либо поверхностный шум, либо шум на границе зерен; остальные разновидности шума могли бы создаваться генерацией — рекомбинацией, флуктуациями теплообмена

с окружающей средой или флуктуациями теплопроводности, обусловленными флуктуациями тепловой диффузии в материале термистора. Ван-Флит отвергает первую возможность, поскольку вычисленная из шумового спектра подвижность оказывается неправдоподобно низкой. Он отвергает также и вторую возможность, так как для равномерного спектра требуется постоянная времени $2 \cdot 10^{-3}$ сек., тогда как тепловая постоянная времени термистора была около 1 сек. Изучение третьей возможности привело его к постоянной времени $\tau = cdl^2/4\lambda$, где c —теплоемкость, d —плотность, l —длина образца и λ —теплопроводность; подстановка соответствующих величин привела к правильному значению постоянной времени τ . Спектр должен быть равномерным в области низких частот, а в области высоких частот должен изменяться по закону $f^{-3/2}$ ¹⁾.

Переменные полупроводниковые сопротивления (вариаторы), или тиритовые сопротивления, представляют собой устройства, изготовленные путем спекания под давлением смеси карбида кремния и связующего материала при высокой температуре. Высокое сопротивление и нелинейные свойства объясняются тем, что в объеме материала распределены выпрямляющие контакты. Шум таких приборов должен иметь поэтому такую же природу, как в точечно-контактных и плоскостных диодах, однако более детальные сведения в настоящее время отсутствуют.

ЛИТЕРАТУРА

1. Van der Ziel A., Solid State Physical Electronics, New Jersey; Prentice Hall, 1957.
2. Oliver D. J., *Proc. phys. Soc. Lond.*, **B70**, 331 (1957).
3. Suits G. H., Schmitz W. D., Terhune R. W., *J. appl. Phys.*, **27**, 1385 (1956).
4. Becking A. G. T., *Fluctuatierschijnselen bij bolometers*, Ph. D. Thesis, University of Utrecht, 1953.
5. Brophy J. J., *J. appl. Phys.*, **25**, 221 (1956).
6. Van Vliet K. M., *Current Fluctuations in Semiconductors and Photoconductors*, Ph. D. Thesis, Free University of Amsterdam, 1956.
7. Van Vliet K. M., van Leeuwen C. J., Blok J., Ris C., *Physica*, **20**, 481 (1954).

¹⁾ Более детальное рассмотрение этого вопроса выходит за рамки настоящей книги.

Г Л А В А 8

ДРОБОВОЙ ШУМ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ДИОДАХ

Плоскостной диод p — n -типа представляет собой пластину монокристаллического полупроводникового материала, имеющую область с p -проводимостью и область с n -проводимостью, причем обе области снабжены омическими (невыпрямляющими) контактами. Следует различать скачкообразный плоскостной переход (резкое изменение содержания примесей у перехода) и плавный переход (постепенное изменение содержания примесей). Кроме того, следует различать собственно области p и n , в которых практически отсутствует пространственный заряд и имеет место лишь относительно небольшое падение напряжения, и переходную область, или область пространственного заряда, в которой имеется значительный объемный заряд и на которой обычно падает большая часть напряжения.

ВВЕДЕНИЕ

По одну сторону от плоскостного перехода, которая характеризуется проводимостью n -типа, имеется положительный пространственный заряд, образуемый ионизированными донорами; по другую сторону от перехода, где имеет место проводимость p -типа, имеется равный по величине отрицательный объемный заряд, образуемый ионизированными акцепторами. Общая величина объемного заряда с каждой стороны от перехода связана с разностью потенциалов, действующей на переходной области. При отсутствии внешних напряжений уровни Ферми для этих двух областей имеют одинаковую высоту и между областями n и p имеет место разность потенциалов V_d ($V_d > 0$). Величина V_d известна под названием контактной разности потенциалов или диффузионного потенциала перехода; эта

величина соответствует разности значений работ выхода для областей p и n . Если к области p приложено напряжение V , то полное напряжение между областями p и n равно $V - V_d$.

Вероятность того, что дырка, находящаяся в n -области, продиффундирует в p -область, не зависит от приложенного напряжения; такие дырки образуют ток

$$I_{p0} = c_0 p_n, \quad (8.1)$$

текущий из n -области в p -область, где c_0 — константа, а p_n — равновесная концентрация дырок в n -области. Вероятность того, что дырка, находящаяся в p -области, продиффундирует в n -область, пропорциональна величине $\exp[-e(V_d - V)/kT]$; эти дырки образуют ток

$$I_{p1} = c_0 p_p \exp\left(-e \frac{V_d - V}{kT}\right), \quad (8.2)$$

текущий из p -области в n -область, где p_p — равновесная концентрация дырок в p -области. Эти два тока направлены навстречу один другому и при нулевом смещении имеют равные величины; отсюда следует, что

$$p_n = p_p \exp\left(-\frac{eV_d}{kT}\right). \quad (8.3)$$

Соответственно полный дырочный ток равен

$$I_p = I_{p0} \left[\exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right] = c_0 p_0 \exp\left(-\frac{eV_d}{kT}\right) \left[\exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right]. \quad (8.4)$$

Полный электронный ток можно определить тем же способом:

$$I_n = I_{n0} \left[\exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right] = c_1 n_n \exp\left(-\frac{eV_d}{kT}\right) \left[\exp\left(\frac{eV}{kT}\right) - 1 \right], \quad (8.5)$$

где c_1 — константа, а n_n — равновесная концентрация электронов в n -области. Если c_0 и c_1 различаются не очень

сильно, что обычно имеет место, то при $p_p \gg n_n$ ток создается в основном дырками, а при $p_p \ll n_n$ — электронами. Случай $V > 0$ называют прямым смещением, а $V < 0$ — обратным смещением.

Таким образом, полная характеристика плоскостного диода может быть записана в виде

$$I = I_0 \left[\exp \left(\frac{eV}{kT} \right) - 1 \right]; \quad I_0 = I_{p0} + I_{n0}. \quad (8.6)$$

На низких частотах его полная проводимость Y имеет чисто активный характер:

$$Y = G = G_0 = \frac{dI}{dV} = \frac{e(I + I_0)}{kT}. \quad (8.7)$$

В области высоких частот необходимо учитывать то обстоятельство, что переходная область действует как емкость C_T ¹⁾. Кроме того, на этих частотах поток носителей не совпадает по фазе с приложенным напряжением; это приводит к частотной зависимости активной проводимости диода G и создает дополнительную составляющую реактивной компоненты Y ²⁾.

При таком рассмотрении образование тока трактуется как эмиссионная задача. В действительности же поток дырок в n -область и поток электронов в p -область создаются диффузией, а неосновные носители исчезают вследствие рекомбинации. Однако это обстоятельство не влияет на выражение для тока и проводимости на низких частотах, но в области высоких частот диффузия и рекомбинация оказываются причинами частотной зависимости полной проводимости перехода. Значения I_{p0} и I_{n0} проще всего определяются путем решения диффузионных уравнений [1].

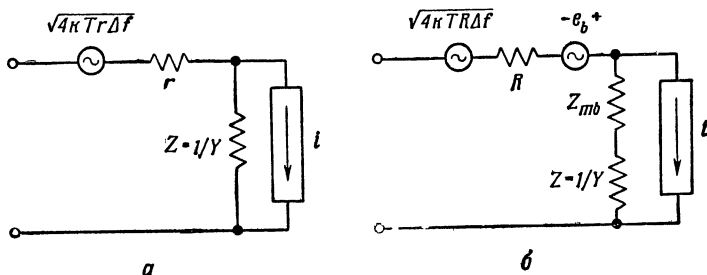
Выше предполагалось также, что практически вся разность потенциалов $(V - V_d)$ действует на переходной области; на самом же деле это не имеет места, поскольку часть напряжения падает на контактах и на прилегающих к переходу областях p и n . В первом приближении это можно учесть путем введения в эквивалентную схему пе-

1) См. сноску на стр. 132.

2) См. стр. 132.

перехода последовательного сопротивления r , величина которого зависит от тока (фиг. 8.1, *a*).

Переходя к рассмотрению шума, следует учесть, что ток диода I состоит из двух составляющих, а именно из составляющей $I + I_0$ и составляющей $-I_0$, причем знак минус показывает, что ток течет в обратном направлении. Каждый из этих токов должен флуктуировать независимо,



Фиг. 8.1. Эквивалентные схемы плоскостных диодов.

a — эквивалентная схема плоскостного диода без учета модуляционных явлений;
б — эквивалентная схема плоскостного диода с учетом модуляционных явлений.

и каждому из них должен сопутствовать полный дробовой шум. Следовательно, если общий шум перехода представить генератором тока i , включенным параллельно проводимости перехода $Y=G=G_0$, то [2]

$$\bar{i}^2 = 2e(I + I_0)\Delta f + 2eI_0\Delta f. \quad (8.8)$$

Этот результат должен быть верным для любого плоскостного диода на низких частотах. Кроме того, благодаря наличию сопротивления r должен существовать тепловой шум. Такое рассмотрение приводит к эквивалентной схеме, изображенной на фиг. 8.1, *a*. Андерсон и Ван-дер-Зил [3] успешно использовали эту схему для объяснения результатов проведенных ими измерений шумов плоскостных диодов на низких частотах. Однако данные, полученные на высоких частотах, этим способом объяснить нельзя¹⁾.

Аналогичные соображения можно применять и к точечноконтактным диодам, что приводит к тем же резуль-

¹⁾ См. стр. 130—134.

татам¹⁾. Проведенные с точечноконтактными диодами эксперименты обнаружили, что при обратных смещениях имеются расхождения с этой теорией, обусловленные преобладанием фликкер-шума²⁾. При прямых смещениях было получено хорошее совпадение теории с экспериментом при условии учета тепловых шумов сопротивления контакта, что приводит опять к схеме фиг. 8,1, а.

Здесь следует снова подчеркнуть, что теория шума рассматривает ток диода как результат эмиссии, тогда как на самом деле он создается диффузией и рекомбинацией. Если правильно учитывать диффузию и рекомбинацию, то это не изменяет результатов в области низких частот [выражение (8.8)], однако такой подход позволяет объяснить частотную зависимость шумов в области высоких частот.

Более строгое рассмотрение указанных выше вопросов может проводиться двумя эквивалентными методами, каждый из которых пригоден как для диодов, так и для транзисторов.

1. Коллективный метод, при котором дробовой шум приписывается случайной диффузии неосновных носителей и случайной генерации и рекомбинации электронно-дырочных пар.

2. Корпускулярный метод, при котором дробовой шум приписывается ряду случайных и независимых событий, а именно пересечениям перехода отдельными носителями.

Петритц [5, 6] опубликовал первую статью о коллективном способе, используя аппроксимацию сосредоточенных параметров; позже он решил задачу об одномерном диоде более точно и получил результат, почти совпадающий с выражением (8.10 а); к сожалению, этот результат не был дан в удобной для использования форме, и по этой работе не был опубликован достаточно подробный отчет. Норт [7] показал, что математические трудности могут быть значительно облегчены путем представления процессов диффузии и рекомбинации неосновных носителей при помощи цепи с распределенными R и C ³⁾. Ван-дер-Зил [8]

1) Впервые показано Вайскопфом [4].

2) См. гл. 10.

3) Петритц использовал этот метод при выводе своей формулы диода в 1953 г. (частное сообщение).

использовал этот метод для анализа одномерного диода и одномерного транзистора, а Солов в своей диссертации [9] распространил эту теорию на двумерную и трехмерную геометрию; там же приведен обзор неопубликованных работ Петритца. Одномерная задача независимо решалась на основе коллективного метода также Бекингом¹⁾.

Байскофф применял корпускулярный метод к кристаллическим диодам; аналогичные представления являются также основой более ранних эвристических теорий шумов диодов и транзисторов [10, 12]. Улир [13] распространил этот метод на область высоких частот для диодов; Ван-дер-Зил и Бекинг [14] обобщили этот метод и применили его к транзисторам.

КОРПУСКУЛЯРНЫЙ МЕТОД [14, 16]

Чтобы раскрыть сущность этого метода, необходимо детальнее рассмотреть природу тока в $p-n$ -переходе. С этой целью рассмотрим сначала полупроводник n -типа с омическим контактом. Если в такой материал вводятся электроны, то нейтральность пространственного заряда будет восстанавливаться за очень короткое время, величина которого имеет тот же порядок, что и время диэлектрической релаксации материала (для германия это около 10^{-12} сек.). Такое положение создается благодаря небольшому смещению остальных электронов; в то же время электроны должны выходить через омический контакт, чтобы материал оставался внешне нейтральным. Если в материал вводятся дырки, то нейтральность объемного заряда опять будет восстанавливаться за очень короткое время путем незначительной перегруппировки электронов; вместе с тем электроны будут входить в материал через омический контакт для сохранения его внешней нейтральности. Введенные дырки медленно растекаются вследствие диффузии и исчезают вследствие рекомбинации, но это не вызывает тока во внешнем проводе, присоединенном к омическому контакту. Следовательно, в обоих случаях ток возникает

¹⁾ Бекинг (неопубликованный отчет).

только в тот момент, когда в полупроводник вводятся носители.

Теперь рассмотрим p — n -переход с двумя омическими контактами. Во внешней цепи будет возникать очень короткий импульс тока всякий раз, когда дырка попадает в n -область, проходя через область пространственного заряда, или когда дырка выходит из n -области, проходя через ту же область пространственного заряда. Эти два импульса тока имеют противоположную полярность, а переносимый каждым импульсом заряд равен $\pm e$. Длительность импульса определяется временем диффузии носителей через область пространственного заряда и в общем очень мала. Аналогичные соображения справедливы для электронов, попадающих в n -область или покидающих ее.

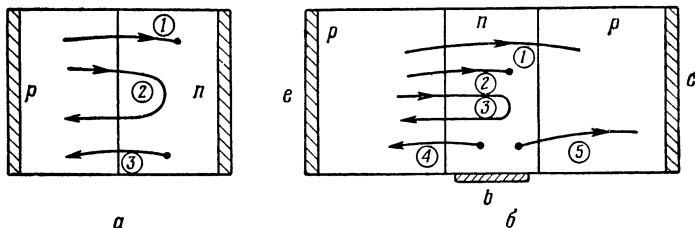
Интересно отметить, что отдельные импульсы тока независимы и каждый импульс переносит во внешней цепи заряд $\pm e$. Это позволяет приписать различным токам полный дробовой шум, а поскольку отдельные импульсы тока очень коротки, это должно быть справедливо для всех практически интересных частот.

При изменениях приложенного напряжения концентрация неосновных носителей на границах переходной области следует за этими изменениями практически мгновенно, так как время диффузии через переходную область очень мало. Однако последующая диффузия неосновных носителей представляет собой очень медленный процесс, который и определяет высокочастотные свойства диодов и транзисторов. Чтобы понять эти явления, рассмотрим устройства, в которых весь ток создается дырками, причем разделим все носители на различные группы.

В плоскостном диоде p — n -типа все носители можно разделить на три группы¹⁾ (фиг. 8.2, а).

1) Для дальнейшего существенно лишь то, что дырка должна принадлежать либо к группе 1, либо к группе 2. Также нет надобности описывать такие процессы, при которых рассматриваемая дырка пересекает область пространственного заряда несколько раз. Действительно, если дырка входит (впервые или повторно) в p -область, то другая дырка должна покинуть ее через омический контакт для сохранения нейтральности объемного заряда, после этого данную дырку уже нельзя отличить от любой другой дырки указанной области.

Группа 1: дырки, текущие из p -области в n -область и рекомбинирующие там. Они создают очень короткие случайные и независимые одиночные импульсы тока и образуют полный ток $I + I_0$; поэтому создаваемая ими составляющая тока \bar{i}^2 равна первому члену выражения (8.8) на всех частотах, представляющих практический интерес. Кроме того, поскольку скорость диффузии дырок группы 1



Фиг. 8.2. Образование проводимости и шума в плоскостном диоде и транзисторе.

a — три группы дырок, участвующих в образовании проводимости и шума в плоскостном диоде; *б* — пять групп дырок, участвующих в передаче сигнала и в образовании шума транзистора p — n — p -типа [14].

через область пространственного заряда практически мгновенно следует за приложенным напряжением, эта группа создает составляющую полной проводимости перехода Y , равную на всех частотах $e(I + I_0)/kT$.

Группа 2: дырки, текущие из p -области в n -область и возвращающиеся в p -область прежде, чем произойдет их рекомбинация. Они образуют независимые и случайные двойные импульсы тока, причем каждый из них состоит из двух одиночных коротких импульсов тока разной полярности, имеющих случайный сдвиг во времени относительно друг друга. Эта группа дырок определяет высокочастотные свойства диода.

Группа 3: дырки, возникающие в n -области и диффундирующие в p -область. Они образуют очень короткие, случайные независимые одиночные импульсы тока, переносящие общий ток $-I_0$; поэтому группа (3) вносит шумовой вклад, определяемый вторым членом выражения (8.8) на всех частотах, имеющих практический интерес. Эта

группа дырок не влияет на полную проводимость диода Y , поскольку ток $-I_0$ не зависит от приложенного напряжения. Таким образом, группы 1 и 3 ответственны за справедливость выражений (8.7) и (8.8) на низких частотах.

Полная проводимость Y , таким образом, содержит составляющую G_0 , обусловленную дырками группы 1, неизвестную составляющую Y_2 , обусловленную дырками группы 2, и составляющую $j\omega C_T$, обусловленную емкостью C_T области объемного заряда¹⁾.

Подставляя

$$Y = G + jB = G_0 + Y_2 + j\omega C_T, \quad (8.9)$$

получим

$$Y_2 = (G - G_0) + j(B - \omega C_T). \quad (8.9a)$$

Таким образом, дырки группы 2 образуют составляющую $G - G_0$ активной проводимости диода G . Даже не выполняя подробных вычислений, можно видеть, что высокочастотные свойства полной проводимости диода определяются дырками группы 2. Эти дырки возвращаются в p -область вследствие диффузии, которая представляет собой тепловой процесс; поэтому шум, создаваемый этими дырками, должен быть тепловым шумом активной проводимости $G - G_0$, так что создаваемая группой 2 составляющая величины \bar{i}^2 равна $4kT(G - G_0)\Delta f$. Суммируя эту составляющую с выражением (8.8), получим

$$\bar{i}^2 = 2e(I + I_0)\Delta f + 4kT(G - G_0)\Delta f + 2eI_0\Delta f. \quad (8.10)$$

С учетом (8.7) это можно записать в виде

$$\bar{i}^2 = 4kTG\Delta f - 2eI\Delta f, \quad (8.10a)$$

где ток I следует считать положительным для прямых смещений и отрицательным — для обратных смещений. Этот

1) Приложенное переменное напряжение периодически изменяет во времени ширину области пространственного заряда, и накопленный в этой области заряд изменяется с той же ритмичностью, поэтому такая область действует как емкость. Поскольку перенос зарядов практически мгновенно следует за приложенным напряжением, этот эффект приводит к появлению составляющей $j\omega C_T$ (с постоянной C_T) проводимости Y на всех частотах, имеющих практический интерес.

результат пригоден для всех геометрических конфигураций, и его справедливость не зависит от типа рекомбинации введенных носителей; на низких частотах он сводится к выражению (8.8).

Влияние дырок группы 2 было определено не очень строго. Применяя анализ Фурье к случайным независимым импульсам тока от отдельных дырок группы 2, Ван-дер-Зил и Бекинг [14] строго доказали, что образуемая дырками группы 2 составляющая величины \bar{i}^2 равна $4kT(G-G_0)\Delta f$. В упрощенной форме это доказательство можно изложить следующим образом [17]. Дырки группы 2 образуют два равных, но встречных тока I_2 , проходящих через переход, причем ток $+I_2$ образуется дырками, текущими из p -области в n -область, а ток $-I_2$ образуется дырками, текущими из n -области обратно в p -область. Если все дырки группы 2 задерживаются в n -области на одинаковое время τ , то

$$\begin{aligned} Y_2 &= G_2 + jB_2 = \frac{\partial I_2}{\partial V} - \frac{\partial I_2}{\partial V} \exp(-j\omega\tau) = \\ &= \frac{eI_2}{kT} [1 - \exp(-j\omega\tau)], \end{aligned} \quad (8.11)$$

так как ток $+I_2$ экспоненциально зависит от приложенного напряжения (так же как и ток $I + I_0$) и практически мгновенно следует за приложенным напряжением. Принимая, что время задержки τ имеет распределение $g(\tau) d\tau$, получим

$$G = (G - G_0) = \int_0^{\infty} \frac{eI_2}{kT} (1 - \cos \omega\tau) g(\tau) d\tau. \quad (8.11a)$$

При рассмотрении шумов следует помнить, что дырки группы 2 образуют два импульса тока противоположной полярности, следующих с интервалом времени τ . Поскольку отдельные пары импульсов тока независимы и возникают случайно, то можно получить

$$\bar{i}_2^2 = 2eI_2\Delta f |1 - \exp(-j\omega\tau)|^2 = 4eI_2\Delta f (1 - \cos \omega\tau). \quad (8.12)$$

Это выражение справедливо при условии, что все дырки этой группы имеют одинаковое время задержки τ , и является следствием того, что токи $+I_2$ и $-I_2$ должны сопровождаться полным дробовым шумом, а флуктуации тока $-I_2$ должны быть полностью коррелированы с флуктуациями тока $+I_2$, но иметь сдвиг во времени, равный τ . Опять принимая распределение $g(\tau) d\tau$ времен задержки и используя (8.11a), получим

$$\begin{aligned} \overline{i_2^2} &= \int_0^{\infty} 4eI_2 \Delta f (1 - \cos \omega \tau) g(\tau) d\tau = \\ &= 4kT(G - G_0) \Delta f. \end{aligned} \quad (8.12a)$$

Тем самым доказано, что активная проводимость $G - G_0$ действительно создает полный тепловой шум, следовательно, нет необходимости знать функцию $g(\tau)$ и ток I_2 и выполнять интегрирование.

Таким образом, формулы (8.10) и (8.10a) справедливы при произвольной геометрии; условие, что весь ток образуется дырками, тоже можно снять, благодаря чему эти выражения становятся пригодными для всех случаев. Действительно, если в образовании тока участвуют электроны, то их также можно поделить на три группы и применить к ним изложенную выше теорию. Если различные величины в выражении (8.10a) снабдить соответствующими индексами n и p , то это выражение будет справедливо как для электронов, так и для дырок. Но поскольку

$$\overline{i^2} = \overline{i_n^2} + \overline{i_p^2}, \quad G = G_n + G_p \quad \text{и} \quad I = I_n + I_p,$$

выражение (8.10a) можно получить путем сложения соответствующих выражений для электронов и для дырок [14].

Изложенный выше общий вывод формулы (8.10a) основан на следующих явных и неявных предположениях:

Предположение 1. Было принято, что отдельные импульсы тока независимы и возникают случайно. При высоких уровнях инжекции введенные носители образуют значительный объемный заряд, а это значит, что при таких условиях указанное допущение не выполняется, поскольку наличие пространственного заряда вызывает взаимодейст-

вие между отдельными носителями. Нарушение этого предположения, приводящее к отклонениям от формулы (8.10а), было обнаружено Шнейдером и Страттом [18]¹⁾

Предположение 2. Было принято, что отдельный импульс тока переносит во внешней цепи заряд $\pm e$. Это становится неверным, если переходная область пространственного заряда имеет значительную плотность ловушек. При низких уровнях инжекции эти ловушки заполнены лишь частично, поэтому они могут улавливать лишь часть носителей, диффундирующих через область пространственного заряда. Захваченные ловушками носители не переносят полный заряд $\pm e$; поэтому средний заряд, переносимый импульсом, оказывается меньше этой величины и низкочастотный шум оказывается слабее, чем полный дробовой шум. При более высоких уровнях инжекции практически все ловушки постоянно заполнены и шум равен полному дробовому шуму. Чамплин [19] обнаружил этот эффект у кремниевых диодов²⁾.

Предположение 3. Не учитывалось последовательное активное сопротивление перехода, частично создаваемое конечной проводимостью объема полупроводника и частично контактным сопротивлением перехода. Обычно это влияние учитывают путем введения в эквивалентную схему активного сопротивления, которому приписывают полный шум (фиг. 8.1,а). Кроме того, это последовательное сопротивление сильно зависит от величины тока, вследствие чего возникают интересные модуляционные эффекты, открытые Фонгером [20].

МОДУЛЯЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ [14, 20]

Влияние на последовательное сопротивление

Рассмотрим плоскостной диод, через который протекает постоянный ток I ; пусть R —последовательное сопротивление перехода для постоянного тока. Вследствие зави-

1) См. примечание на стр. 141.

2) См. также [18].

симости R от тока последовательное полное сопротивление перехода Z_s для переменного тока отличается от сопротивления для постоянного тока R , поскольку переменный ток, протекающий по R , модулирует величину R . Таким образом, сопротивление Z_s можно разделить на составляющую для постоянного тока R и на модуляционную составляющую Z_{mb} . На низких частотах $Z_{mb} = R_{mb}$ — вещественная отрицательная величина, причем

$$R_{mb} = I \frac{\partial R}{\partial I}; \quad Z_s = r = R + I \frac{\partial R}{\partial I}, \quad (8.13)$$

где r — активное сопротивление перехода для переменного тока. Величина R_{mb} является отрицательной, поскольку R с ростом тока убывает; отсюда следует, что $r < R$. На высоких частотах Z_{mb} (а вместе с ним и Z_s) становится комплексным; есть основания предполагать, что на высоких частотах Z_{mb} имеет индуктивный характер [21, 22]. На тех частотах, где важную роль играет фликкер-шум, можно использовать формулу (8.13).

Влияние на шумы

Фонгер предположил, что последовательное сопротивление перехода для постоянного тока (но не для переменного) должно порождать тепловой шум. Тем самым предполагается, что материал полупроводника независимо от флуктуаций скорости инжекции, рекомбинации и выхода носителей должен порождать шум вследствие случайного движения носителей, который соответствует тепловому шуму сопротивления для постоянного тока. Ниже мы следуем этому предположению Фонгера.

Переменный ток, протекая через диод, будет изменять скорость инжекции, рекомбинации и выхода носителей; это создает модуляционную составляющую Z_{mb} полного сопротивления. Флуктуации этих скоростей создают дробовой шум, представляемый генератором тока i (фиг. 8 1.а), который должен присоединяться параллельно переходу; эти флуктуации будут также модулировать последователь-

ное сопротивление диода для постоянного тока R двумя путями¹⁾:

1) прямым, что отображается генератором шумовой э. д. с. e_b , включенным последовательно с R ; e_b должна быть частично коррелирована с током i ;

2) косвенным, что учитывается посредством генератора тока i , присоединенного параллельно обоим сопротивлениям Z и Z_{mb} . Основанием для этого служит то обстоятельство, что в случае фликкер-шума Фонгеру удалось представить модуляционный эффект посредством э. д. с. iZ_{mb} ; соответственно можно ожидать, что и в случае дробового шума возможно применение этого метода.

Полученная таким образом эквивалентная схема показана на фиг. 8.1, б. В случае фликкер-шума Фонгер нашел, что э. д. с. e_b оказывает пренебрежимо малое влияние²⁾. Кроме того, e_b и i должны быть частично коррелированы; корреляция не обязательно должна быть полной, так как часть e_b может создаваться электронно-дырочными парами, которые никогда не пересекают переход. Они модулируют сопротивление для постоянного тока, но не влияют на ток i .

Если пренебречь e_b , то э. д. с. шума равна

$$e = i(Z + Z_{mb}) + 4kTR\Delta f. \quad (8.14)$$

На низких частотах $Z_{mb} = R_{mb}$ и $R_{mb} = I \left(\frac{\partial R}{\partial I} \right)$ отрицательно, а $Z = R_0 = \frac{1}{G_0}$. Таким образом, член, соответствующий дробовому шуму, при $R_0 + R_{mb} = 0$ должен быть равен нулю. Этот эффект при экспериментальном изучении дробового шума до сих пор не был обнаружен.

1) Такое разделение модуляционных эффектов, конечно, является в известной мере условным. Оно означает, что мы пытаемся учесть модуляционный эффект путем перемещения генератора тока i . Та часть модуляционного эффекта, которая не учитывается этим способом, должна отображаться посредством э. д. с. e_b . Единственным оправданием такого способа является то, что e_b очень мала в случае фликкер-шума, однако в настоящее время неизвестно, насколько это справедливо для дробового шума.

2) Для дробового шума этот результат может быть неверным,

Если теперь ввести шумовое сопротивление $R_{ш}$, согласно соотношению $\overline{e^2} = 4kTR_{ш}\Delta f$, и учесть, что при $I \gg I_0$ имеем $\overline{i^2} = 2kT\Delta f/R_0$, то для относительно низких частот получим

$$R_{ш} = R + \frac{1}{2} \frac{(R_0 + R_{mb})^2}{R_0} = \frac{1}{2} R_0 + r + \frac{R_{mb}^2}{2R_0}. \quad (8.14a)$$

У большинства диодов последний член пренебрежимо мал по сравнению с двумя первыми. Тогда полная мощность шума практически равна сумме полной мощности дробового шума перехода и теплового шума сопротивления для переменного тока; это согласуется с экспериментальными данными Чамплина [19]. Отклонения должны ожидать для диодов с большим последовательным сопротивлением для постоянного тока R , работающих при сильных токах (малые R_0).

КОЛЛЕКТИВНЫЙ МЕТОД

Одномерная модель

Действие плоскостного диода и плоскостного транзистора основано на вводе (инъекции) и выводе неосновных носителей, движение которых создается диффузией. Эти носители рано или поздно исчезают вследствие рекомбинации. При коллективном методе оба процесса подвергаются детальному изучению. Как указано на стр. 128, диффузия и рекомбинация неосновных носителей могут быть представлены цепью с распределенными RC ; для одномерной модели это соответствует распределенной линии передачи без распределенных индуктивностей. В справедливости такого представления можно убедиться проще всего путем сопоставления дифференциальных уравнений для распределенной линии передачи, содержащей последовательное сопротивление R , параллельную проводимость G и параллельную емкость C (все на единицу длины), с дифференциальными уравнениями, описывающими одномерную диффузию в случае, когда дрейфом можно пренебречь¹⁾.

¹⁾ В случае одномерной задачи учитывается объемная, но не поверхностная рекомбинация.

Дифференциальные уравнения для распределенной линии передачи с пренебрежимо малой распределенной индуктивностью имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial x} &= -RI, \\ \frac{\partial I}{\partial x} &= -GE - C \frac{\partial E}{\partial t}, \end{aligned} \right\} \quad (8.15)$$

где E —напряжение; I —ток; R , G и C —соответственно сопротивление, проводимость и емкость на единицу длины. Покажем теперь, что уравнения диффузии для носителей в полупроводнике могут быть записаны в форме, аналогичной уравнениям (8.15).

Рассмотрим одномерную диффузию неосновных носителей, вводимых в полупроводниковый материал, как это имеет место в плоскостных диодах и в области базы плоскостных транзисторов. Пусть дрейф неосновных носителей по сравнению с диффузией пренебрежимо мал. Далее, пусть рассматривается материал n -типа, так что неосновными носителями являются дырки. Обозначим площадь поперечного сечения полупроводника через A . Тогда уравнения диффузии имеют вид

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} &= -\frac{p - p_n}{\tau_p} - \frac{1}{e} \frac{\partial i_p}{\partial x}, \\ i_p &= -eD_p \frac{\partial p}{\partial x}, \end{aligned} \right\} \quad (8.16)$$

где D_p —коэффициент диффузии дырок, τ_p —время жизни дырок, e —заряд электрона, i_p —дырочный ток, p_n —равновесная концентрация дырок, p —действительная концентрация дырок (обе, разумеется, на единицу длины). Вводя избыточную концентрацию дырок $p' = p - p_n$, уравнения (8.16) можно переписать в виде

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p'}{\partial x} &= -\frac{1}{eD_p} i_{p'}, \\ \frac{\partial i_{p'}}{\partial x} &= -\frac{e}{\tau_p} p' - e \frac{\partial p'}{\partial t}, \end{aligned} \right\} \quad (8.17)$$

что аналогично уравнениям (8.15). Таким образом, устанавливаются следующие соответствия (за исключением размерности): E соответствует избыточной концентрации дырок p' , I — дырочному току i_p , R — величине $1/eD_p$, G — величине e/τ_p и C соответствует e . Чтобы решить задачу о потоке дырок в материале n -типа сперва можно решить стандартными способами соответствующую задачу о передающей линии и затем вернуться к исходной задаче.

В теории передающих линий фигурируют две важные величины: характеристическое полное сопротивление $Z_0 = [R/(G + j\omega C)]^{1/2}$ и постоянная распространения $\gamma = [R(G + j\omega C)]^{1/2}$. В теории диффузии соответствующими величинами являются

$$\left. \begin{aligned} Z_0 &= \left[\frac{\tau_p}{e^2 D_p (1 + j\omega \tau_p)} \right]^{1/2} = \frac{1}{e D_p \gamma}, \\ \gamma &= a + jb = \left(\frac{1 + j\omega \tau_p}{D_p \tau_p} \right)^{1/2}. \end{aligned} \right\} \quad (8.18)$$

В области низких частот эти выражения упрощаются, принимая вид

$$\left. \begin{aligned} Z_0 &= Z_{00} = \left(\frac{\tau_p}{e^2 D_p} \right)^{1/2} = \frac{1}{e D_p \gamma_0}, \\ \gamma &= \gamma_0 = \left(\frac{1}{D_p \tau_p} \right)^{1/2}; \end{aligned} \right\} \quad (8.18a)$$

при этом выражения (8.18) могут быть записаны в виде

$$Z_0 = \frac{Z_{00}}{(1 + j\omega \tau_p)^{1/2}}; \quad \gamma = \gamma_0 (1 + j\omega \tau_p)^{1/2}. \quad (8.18б)$$

В такой модели причинами шума являются флуктуации рекомбинации и диффузии. На отрезке длины Δx первый эффект можно представить флуктуационным током $\Delta i_{p\tau}$, величина которого исчезает вместе с длиной отрезка Δx , тогда как флуктуации диффузии приводят

к флуктуационной плотности дырок Δp_x на этом отрезке; Ван-дер-Зил показал, что¹⁾

$$\overline{\Delta i_{px}^2} = \frac{2e^2 \Delta f (p + p_n) \Delta x}{\tau_p}, \quad (8.19)$$

$$\overline{\Delta p_x^2} = \frac{4p \Delta f \Delta x}{D_p}. \quad (8.20)$$

Петритц получил эти выражения более строгим путем, используя уравнение Колмогорова — Фоккера — Планка (см. [9]). Точнее, он доказал (8.20), а вместо выражения (8.19) получил

$$\overline{\Delta i_{px}^2} = \frac{4e^2 \Delta f p \Delta x}{\tau_p}. \quad (8.19a)$$

Величины Δi_{px} и Δp_x , разумеется, являются независимыми, поскольку они представляют независимые флуктуации. При использовании аналогии с передающей линией величина Δp_x соответствует распределенной последовательной э. д. с. шума, а Δi_{px} — распределенному параллельному генератору шумового тока. Флуктуации на отрезке Δx можно считать независимыми до тех пор, пока Δx остается большим по сравнению с длиной свободного пробега носителей. Окончательный результат получается путем квадратичного суммирования флуктуаций на всех отрезках Δx .

Простое доказательство формулы (8.19) можно дать на основе метода дробового шума. Будем исходить из уравнения диффузии

$$\frac{\partial p'}{\partial t} = - \frac{p'}{\tau_p} - \frac{1}{e} \frac{\partial i_p}{\partial x}. \quad (8.21)$$

При стационарном потоке носителей $\partial p' / \partial t = 0$; при этом, согласно (8.21), на отрезке между x и $x + \Delta x$ происходит уменьшение тока вследствие рекомбинации, равное

¹⁾ При высоких уровнях инжекции величины $p + p_n$ и p в выражениях (8.19) и (8.20) должны быть заменены на $p_n / (p + n)$, где n — плотность электронов, равная вследствие нейтральности объемного заряда $N_d + p$ (N_d — плотность доноров в n -области).

Доказательство формул (8.19) и (8.20), предложенное Ван-дер-Зилом (8.23), приведено ниже.

$ep'\Delta x/\tau_p$. Уменьшение тока, обусловленного равновесной концентрацией p_n , равно $ep_n\Delta x/\tau_p$, но это уменьшение компенсируется возникновением тока $ep_n\Delta x/\tau_p$ благодаря генерации пар. Полный ток, исчезающий на отрезке Δx , таким образом, равен $ep\Delta x/\tau_p$, а полный ток, возникающий на этом отрезке, равен $ep_n\Delta x/\tau_p$. Оба тока должны флуктуировать независимо, и каждому из них должен сопутствовать полный дробовой шум; следовательно, интенсивность компоненты Фурье Δi_{px} этих флуктуаций определяется выражением

$$\overline{\Delta i_{px}^2} = 2e \left(\frac{ep\Delta x}{\tau_p} \right) \Delta f + 2e \left(\frac{ep_n\Delta x}{\tau_p} \right) \Delta f,$$

что совпадает с формулой (8.19).

Формулу (8.20) можно доказать следующим способом. Если флуктуирующая величина $X(t)$ имеет нормированную автокорреляционную функцию $c(s) = \exp(-s/\tau_0)$, то спектральная плотность этой величины (шума) в области низких частот, согласно теореме Винера—Хинчина, равна¹⁾

$$S(f) = 4\overline{X^2(t)}\tau_0. \quad (8.22)$$

Таким образом, необходимо найти $\overline{X^2(t)}$ и постоянную времени τ_0 для флуктуаций диффузии. Количество дырок P на отрезке длиной Δx равно $p\Delta x$; флуктуации δP этой величины таковы, что $\overline{\delta P^2} = P = p\Delta x$; флуктуации концентрации δp равны $\delta P/\Delta x$, и поэтому

$$\overline{\delta p^2} = \frac{\overline{\delta P^2}}{(\Delta x)^2} = \frac{p}{\Delta x}, \quad (8.22a)$$

что определяет $\overline{X^2(t)}$. Чтобы найти постоянную времени τ_0 , заметим, что отрезок передающей линии с длиной Δx и с пренебрежимо малой проводимостью имеет постоянную времени $\tau_0 = (R\Delta x)(C\Delta x) = RC(\Delta x)^2$. Переходя обратно к диффузии, можно видеть, что это соответствует постоянной времени

$$\tau_0 = \frac{(\Delta x)^2}{D_p}, \quad (8.22b)$$

¹⁾ См. гл. 3, стр. 30—31.

которая, разумеется, не зависит от рекомбинации; поэтому при определении τ_0 рекомбинацию можно не учитывать. Следовательно,

$$S(f) = \frac{4p\Delta x}{D_p}, \quad (8.22в)$$

так что если Δp_x есть коэффициент Фурье для δp , то

$$\overline{\Delta p_x^2} = \frac{4p\Delta x\Delta f}{D_p},$$

что совпадает с формулой (8.20).

Утверждение, что величина $\overline{\Delta p_x^2}$ должна обладать белым спектром шума типа (8.20), следует также из косвенных соображений, сводящихся к тому, что в противном случае плоскостной диод при нулевом смещении не давал бы теплового шума на всех частотах (см. ниже).

Эта теория применима к плоскостному диоду $p-n$ -типа, в котором весь ток переносится дырками и в котором n -область является практически бесконечно длинной, т. е. длина w этой области такова, что практически ни одна из дырок, введенных с одного конца, не будет достигать электрода на другом конце. Начало системы координат выбирается в той точке, где происходит инжекция дырок в n -область; если к переходу не приложено напряжение, то концентрация дырок при $x=0$ равна равновесной концентрации p_n . Если к диоду приложено напряжение V , то концентрация дырок при $x=0$ становится равной

$$p = p_n \exp\left(\frac{eV}{kT}\right) = p'_0 + p_n. \quad (8.23)$$

Эта концентрация следует за изменениями приложенного напряжения практически мгновенно. Используя представление о передающей линии, нетрудно показать [8], что¹⁾

$$I_0 = ep_n \left(\frac{D_p}{\tau_p}\right)^{1/2}, \quad (8.24)$$

¹⁾ Согласно (8.9а), (8.11) и (8.11а), имеем

$$Y_2 = \int_0^{\infty} \frac{eI_2}{kT} [1 - \exp(-j\omega\tau)] g(\tau) d\tau = G_0 [(1 + j\omega\tau_p)^{1/2} - 1],$$

что дает некоторую информацию об I_2 и $g(\tau)$.

$$Y = G + jB = G_0 (1 + j\omega\tau_p)^{1/2} + j\omega C_T, \quad (8.25)$$

$$G = G_0 \left[\frac{1}{2} (1 + \omega^2\tau_p^2)^{1/2} + \frac{1}{2} \right]^{1/2};$$

$$B = G_0 \left[\frac{1}{2} (1 + \omega^2\tau_p^2)^{1/2} - \frac{1}{2} \right]^{1/2} + \omega C_T, \quad (8.25a)$$

где I_0 — ток насыщения и G_0 — проводимость для постоянного тока. Избыточная концентрация дырок в n -области становится равной

$$p'(x) = p'_0 \exp(-\gamma x) = p'_0 \exp \left[-\frac{x}{(D_p\tau_p)^{1/2}} \right]. \quad (8.26)$$

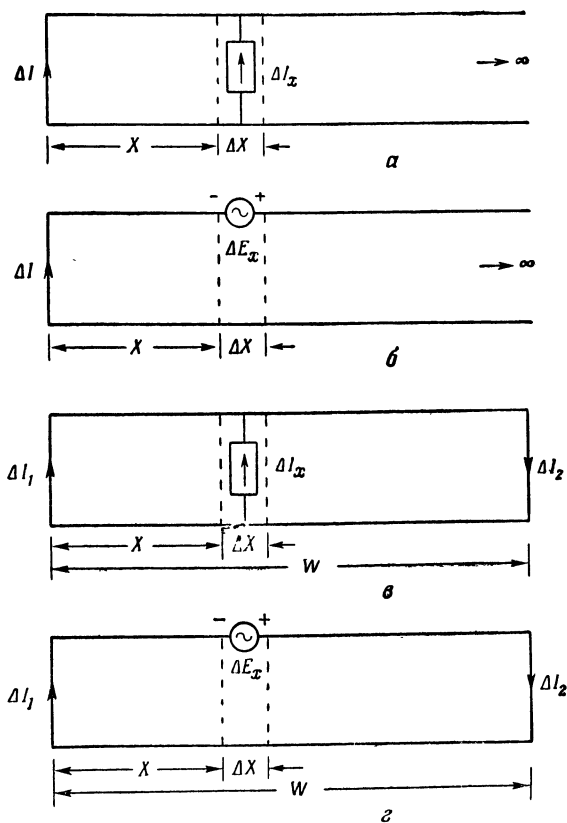
Шум плоскостного диода должен быть представлен генератором тока $\sqrt{i^2}$, включенным параллельно переходу. Для определения величины $\overline{i^2}$ необходимо закоротить внешние выводы; тогда шумовой ток i в замыкающем проводе оказывается равным дырочному шумовому току в начале ($x=0$) n -области перехода, которую разделим, кроме того, на отрезки длиной Δx . При использовании аналогии с передающей линией флуктуации диффузии соответствуют распределенным последовательным э. д. с. шума, а флуктуации рекомбинации — распределенным параллельным генераторам шумового тока. Далее, n -область соответствует передающей линии бесконечной длины, короткозамкнутой на одном конце ($x=0$); шумовой ток должен быть вычислен при $x=0$. Генератор шумового тока ΔI_x , присоединенный параллельно линии на расстоянии x от ее входа, вызывает ток в проводе, замыкающем вход (фиг. 8.3,а),

$$\Delta I = \Delta I_x \exp(-\gamma x). \quad (8.27)$$

Шумовая э. д. с. ΔE_x , действующая в линии последовательно на расстоянии x от входа, вызывает ток (фиг. 8.3,б)

$$\Delta I = \frac{\Delta E_x}{Z_0} \exp(-\gamma x). \quad (8.28)$$

Переходя от этих выражений к соответствующим представлениям диффузионной задачи и производя квадра-



Фиг. 8.3. Аналоги в виде передающих линий [8].
a — для рекомбинационного шума в плоскостном диоде; *б* — для диффузионного шума в плоскостном диоде; *в* — для рекомбинационного шума в транзисторе *p-n-p*-типа; *г* — для диффузионного шума в транзисторе *p-n-p*-типа.

точное суммирование составляющих шума от двух его источников, расположенных на отрезке Δx , а также составляющих от отдельных отрезков (суммирование распространяется на все отрезки Δx и затем заменяется интегрированием), получим

$$\begin{aligned}\bar{i}^2 &= \sum \left[\overline{\Delta i_{px}^2} \exp(-2ax) + \frac{\overline{\Delta p_x^2}}{|Z_0|^2} \exp(-2ax) \right] = \\ &= \frac{2e^2 \Delta f}{\tau_p} \left[\int_0^\infty (p' + 2p_n) \exp(-2ax) dx + \right. \\ &\quad \left. + 2 \sqrt{1 + \omega^2 \tau_p^2} \int_0^\infty (p' + p_n) \exp(-2ax) dx \right] = \\ &= 4kTG\Delta f - 2eI\Delta f,\end{aligned}$$

что согласуется с формулой (8.10а). Последняя получается путем подстановки выражений (8.18), (8.19), (8.20) и (8.26) с учетом соотношения $a = \gamma_0 G/G_0$.

Петритц [6] использовал в своих вычислениях формулы (8.19а) и (8.20). После некоторой перегруппировки членов полученное им выражение для \bar{i}^2 можно записать в виде

$$\bar{i}^2 = 4kTG\Delta f - 2eI\Delta f \left(\frac{2G}{2G + G_0} \right). \quad (8.29)$$

Различие между выражениями (8.29) и (8.10а) является наибольшим при низких частотах ($G \simeq G_0$) и становится несущественным в области частот, при которых $G \gg G_0$. Подстановка выражения для $G = G_0$ из (8.7), согласно (8.10а), дает

$$\bar{i}^2 = 2e(I + 2I_0)\Delta f; \quad (8.30)$$

если же принять (8.29), то получим

$$\bar{i}^2 = 2e \left(\frac{4}{3} I + 2I_0 \right) \Delta f. \quad (8.30а)$$

При $I \gg I_0$ различие между выражениями (8.30) и (8.30а) настолько велико, что при помощи точных измерений их легко отличить друг от друга. Измерения Чамплина [19] показали, что экспериментальные данные значительно лучше

согласуются с формулой (8.30), чем с формулой (8.30а), и, следовательно, подтверждают первую из них.

Причина такого расхождения состоит в том, что система уравнений (8.19а) и (8.20) является неполной, так как Δi_{px} и Δp_x в этом случае коррелированы¹⁾.

При выводе формулы (8.19) мы установили, что ток, исчезающий на отрезке Δx за счет рекомбинации, равен $er\Delta x/\tau_p$, в то время как ток, возникающий за счет рождения пар, равен $ep_n\Delta x/\tau_p$. В этом проявляется асимметрия генерационно-рекомбинационного процесса при наличии постоянного тока. Величина Δi_{px} создается флуктуациями обоих этих токов. Вывод формулы (8.19а) соответствует, однако, предположению, что вследствие рекомбинации исчезает ток $er\Delta x/\tau_p$ и возникает такой же ток $ep\Delta x/\tau_p$. Часть его $ep'\Delta x/\tau_p$ возникает вследствие диффузии, а другая часть $ep_n\Delta x/\tau_p$, — как и раньше, вследствие рождения пар. Коэффициент Фурье Δi_{px} в этом случае обусловлен флуктуациями указанных токов, а поскольку ток $ep'\Delta x/\tau_p$ диффузионный, его флуктуации должны быть полностью коррелированы с флуктуациями p' , т. е. Δi_{px} и Δp_x должны быть частично коррелированы. Следовательно, систему уравнений (8.19а) и (8.20) можно использовать лишь при условии учета взаимно-корреляционного члена $\overline{\Delta i_{px}^* \Delta p_x}$. Если такой учет произведен правильно, то окончательный результат совпадает с (8.10а), а не с (8.29); и наоборот, если предположить, что (8.10а) является справедливым, то отсюда можно определить взаимно-корреляционный член $\overline{\Delta i_{px}^* \Delta p_x}$; эту задачу мы предоставляем решить читателю в качестве упражнения.

При вычислении $\overline{i^2}$ суммирование по отдельным отрезкам Δx заменено интегрированием, что соответствует предельному переходу $\Delta x \rightarrow 0$. Строго говоря, такой предельный переход недопустим, так как флуктуации в отдельных отрезках Δx становятся сильно коррелированными, если Δx меньше длины свободного пробега носителей. Однако в действительности создаваемая этим ошибка практически всегда является пренебрежимо малой [24].

1) Этим замечанием автор обязан д-ру Ван-Флиту.

Изложенная теория соответствует p — n -переходу, у которого n -область принята настолько длинной, что практически ни один носитель не достигает омического контакта n -области; теория для других случаев может быть создана аналогичным образом. Надо отметить, что формула (8.10а) остается справедливой и в случае короткой n -области, и в случае диода, у которого ток создается частично дырками и частично электронами; это было показано независимо в корпускулярной теории ¹⁾.

Трехмерная модель

Изложенную выше теорию легко распространить и на случай трех измерений; при этом требуется определить соответствующие источники шума. Здесь необходимо провести различие между объемной рекомбинацией и объемным образованием пар и между поверхностной рекомбинацией и поверхностным образованием пар; обычно поверхностные эффекты преобладают над объемными. Аналогично тому, как мы делили одномерный полупроводник на малые отрезки длиной Δx , поделим теперь объем на малые элементы объема ΔV , а поверхность—на малые элементы поверхности ΔA . Введем объемное время жизни τ_v и скорость поверхностной рекомбинации s ; тогда плотность тока J_p , исчезающего вследствие поверхностной рекомбинации, равна

$$J_p = n e s p', \quad (8.31)$$

где \mathbf{n} —единичный вектор нормали к поверхности, направленный наружу.

Касаясь вопроса шумов, можно сказать, что если δp есть флуктуационная концентрация дырок в малом элементе объема ΔV , а Δp —ее коэффициент Фурье, то вместо уравнения (8.20) имеем

$$\overline{\Delta p^2} = \frac{4p\Delta f\Delta V}{D_p}. \quad (8.32)$$

В малом элементе объема ΔV ток $e p \Delta V / \tau_v$ исчезает вследствие рекомбинации, а ток $e p_n \Delta V / \tau_v$ возникает

¹⁾ См. стр. 130 — 134.

вследствие образования пар, где τ_v —объемное время жизни. Эти токи должны флуктуировать независимо, и каждому из них должен сопутствовать полный дробовой шум. Поэтому если Δi_{pv} —коэффициент Фурье флуктуаций этих токов, то по аналогии с (8.19) можно записать

$$\overline{\Delta i_{pv}^2} = \frac{2e^2 \Delta f (p + p_n) \Delta V}{\tau_v}. \quad (8.33)$$

На малом элементе поверхности ΔA ток $esp\Delta A$ исчезает вследствие поверхностной рекомбинации, а ток $esp_n\Delta A$ возникает вследствие поверхностного образования пар. Эти токи также должны флуктуировать независимо, и каждому из них должен сопутствовать полный дробовой шум. Поэтому если Δi_{ps} есть коэффициент Фурье флуктуаций этих токов, то по аналогии с уравнением (8.19) можно записать

$$\overline{\Delta i_{ps}^2} = 2e^2 \Delta f s (p + p_n) \Delta A. \quad (8.34)$$

Таким образом, задача определения шума в трехмерном диоде, у которого все токи создаются дырками, получает общее решение. При рассмотрении флуктуаций в отдельных элементарных объемах ΔV или на отдельных элементах поверхности ΔA их можно было бы считать независимыми, если бы не одно обстоятельство, а именно возникновение электронно-дырочных пар в одном элементе поверхности или объема оказывается коррелированным с рекомбинацией этих пар в другом элементе поверхности или объема. Это является результатом того, что дырки могут возникать в одном элементе n -области и затем рекомбинировать в другом элементе той же области. Такие дырки, однако, лишь модулируют удельную проводимость n -области, но не влияют на дырочный ток, текущий через переход; поскольку они не оказывают влияния на $\overline{i^2}$, их воздействие здесь можно не учитывать.

Трехмерная задача легко решается для области низких частот. Так, например, положим сначала, что вся рекомбинация происходит на поверхности; это позволяет интегрировать по поверхности n -области и не учитывать эффект модуляции последовательного сопротивления. Пусть I —ток диода, а I_0 —ток насыщения, тогда полный

ток, создаваемый рекомбинацией дырок на поверхности, равен $I + I_0$, а полный ток, возникающий на поверхности, равен I_0 . Поскольку всем элементарным токам, образующим эти два тока, присущ полный дробовой шум, такой же шум присущ и самим токам. Поэтому на низких частотах, как и ранее, имеем

$$\overline{i^2} = 2e(I + I_0)\Delta f + 2eI_0\Delta f.$$

Таким образом, трехмерный коллективный метод позволяет не только решить задачу о возникновении низкочастотного шума, но и дать формальное теоретическое обоснование двум из трех групп дырок (группы 1 и 3). Кроме того, отсюда видно, что корпускулярный и коллективный методы на низких частотах совпадают, что облегчает объяснение свойств дырок группы 2 при коллективном методе.

Такой же результат можно получить, если вся рекомбинация будет объемной; в этом случае потребовалось бы интегрировать по объему n -области. Когда необходимо учитывать как объемную, так и поверхностную рекомбинации, такой же результат можно получить, объединяя оба указанных выше случая.

Математическое решение для высоких частот представляется более трудным, чем в одномерном случае. Солов [9] решил эту задачу, используя скалярную и тензорную функции Грина. Он применил введенные Петритцем объемные генераторы шума и определил поверхностные генераторы шума посредством уравнения Колмогорова—Фоккера—Планка. Решения Солова для высоких частот очень сложны, но поскольку его источники шума имеют тот же недостаток, что и в исходной работе Петритца, полученный им результат в области низких частот совпадает с выражением (8.30а), а не с выражением (8.30).

В действительности вряд ли надо сомневаться в том, что формула (8.10а) является справедливой в общем случае, поскольку она была доказана с помощью корпускулярного метода, который выше подтвержден для области низких частот. Все высокочастотные эффекты создаются дырками группы 2, т. е. возвратной диффузией, поэтому точное математическое решение трехмерной задачи представляет собой скорее упражнение по разработке мате-

матических методов для этого типа задач, а не выработку новых физических представлений. Однако это не означает, конечно, что дальнейшая работа в этом направлении не имеет смысла.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЕ ТЕОРИИ [25—27]

В случае дробового шума можно определить шумовое отношение n проводимости перехода при помощи соотношения

$$\overline{i^2} = n \times 4kTG\Delta f. \quad (8.35)$$

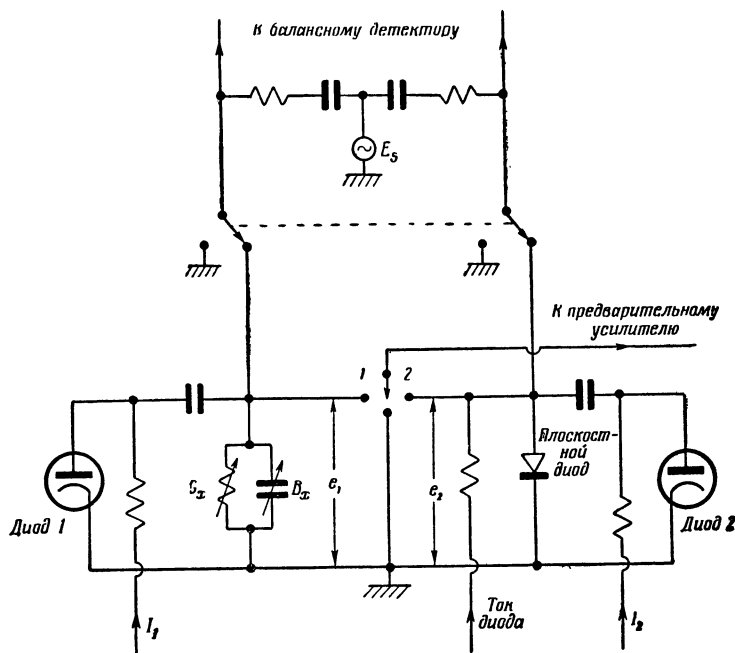
Пусть $G_{00} = eI_0/kT$ — проводимость перехода на низкой частоте при нулевом смещении, а $G_0 = e(I + I_0)/kT$ — его проводимость при наличии некоторого смещения. Подстановка (8.10а) в (8.35) дает

$$n = 1 - \frac{G_0}{2G} + \frac{G_{00}}{2G}. \quad (8.35a)$$

При прямых смещениях ($G_0 > G_{00}$) шумовое отношение n проводимости перехода изменяется от $1/2$ до 1 и стремится к 1 при очень высоких частотах, поскольку в этом случае $G \gg G_{00}$. Полагая, что последовательное сопротивление r для переменного тока создает полный тепловой шум, можно сделать вывод, что шумовое отношение всего прибора также лежит между $1/2$ и 1; это приблизительно совпадает с данными Андерсона и Ван-дер-Зила [3].

Точные измерения были выполнены Чамплином, применявшим мостовую схему переменного тока с исследуемым плоскостным диодом в одном плече, переменной RC -цепью в другом плече и с шумовыми диодами, присоединенными параллельно исследуемому диоду и RC -цепи (фиг. 8.4) [28]. RC -цепь сначала регулировалась так, чтобы мост был сбалансирован на той частоте, на которой требовалось измерять шум, после чего ток насыщения одного из шумовых диодов подбирался таким, чтобы оба плеча мостовой схемы давали одинаковую величину мощности шума. В большинстве случаев наблюдался полный тепловой шум последовательного сопротивления для переменного тока, наложенный на полный дробовой шум перехода. Частот-

ная зависимость шума перехода хорошо согласовывалась с формулой (8.35а). У некоторых кремниевых плоскостных диодов при слабых токах шум был слабее, чем полный дробовой шум; причина этого была указана выше (стр. 135). Более подробные измерения этого эффекта были



Фиг. 8.4. Схема моста переменного тока для измерений полного сопротивления и шума в плоскостных диодах [29].

При использовании повышающего трансформатора в цепи входа усилителя шумы можно исследовать на значительно более низких сопротивлениях [18, 28].

выполнены Шнейдером и Страттом, которые исследовали шумы и при высоких уровнях инжекции.

При использовании p — n -перехода в качестве фотоэлемента переход должен работать с обратным смещением. В этом случае свет генерирует электронно-дырочные пары, причем дырки собираются p -областью, а электроны— n -областью. Такому фототоку должен сопутствовать полный

дробовой шум, и, кроме того, должен возникать некоторый низкочастотный шум, однако последний при соответствующей обработке поверхности может быть не очень значительным. Дробовой шум в полупроводниковых фотоэлементах наблюдали Слокум и Шайв [30], а также Пирсон, Монтгомери и Фельдман [31], причем вторая группа исследователей наблюдала дробовой шум в сухой атмосфере вплоть до частоты 80 гц. Во влажной атмосфере обнаруживался низкочастотный шум, причем мощность его на частоте 100 гц превышала мощность дробового шума в $3 \cdot 10^5$ раз. Этот факт свидетельствует о весьма существенном влиянии окружающей среды¹⁾.

Хайд [32, 33] обнаружил спектр вида $\text{const}/(1 + \omega^2\tau^2)$ у точечноконтактных диодов при обратном смещении. Вероятно, такой спектр обусловлен ловушками, и поэтому его можно ожидать также у некоторых типов плоскостных диодов.

Диффузия неосновных носителей в материале *n*- или *p*-типа является относительно медленным процессом. Между тем сверхвысокочастотные точечноконтактные диоды успешно работают в диапазоне волн длиной 1 см и короче в качестве смесителей, детекторов и генераторов высших гармоник [34]. Это заставляет считать неправдоподобным, что инжекция неосновных носителей играет главную роль в их работе. Более вероятно, что такие диоды действуют вследствие диффузии основных носителей через выпрямляющий барьер, благодаря чему создается характеристика, аналогичная характеристике перехода. Этот процесс может быть очень быстрым, особенно в случае тонких барьеров, когда теория эмиссии должна быть справедливой даже на сверхвысоких частотах [4]. Следовательно, можно ожидать, что в таких приборах должен иметь место полный дробовой шум собственно диода и тепловой шум последовательного сопротивления *r* диода; однако вследствие протекания тока по очень узкой контактной площади здесь может возникать существенный местный нагрев. Поскольку сопротивление *r* также сконцентрировано в этой области, его шумовая температура при достаточно сильных токах

¹⁾ См. гл. 10.

может быть значительно выше комнатной. Кроме того, вследствие малой площади контакта в таких диодах возникает значительный фликкер-шум, особенно если диод имеет обратное смещение ¹⁾.

Все сказанное не означает, что теория плоскостного диода не может применяться в ряде случаев к точечно-контактным диодам. Например, рассмотрим точечноконтактный диод из материала *n*-типа. Если область, лежащая непосредственно под точечным контактом, имеет слабую проводимость *p*-типа и очень тонка, то время диффузии электронов через *p*-область может быть настолько коротким, что окажется возможной работа в диапазоне сверхвысоких частот.

Фонгер, Лоферский и Раппопорт [35] сообщили о наблюдении повышенного дробового шума, создаваемого радиацией, и по аналогии с формулой для обычного дробового шума в этом случае получили

$$S_I(f) = 2e^2 N_b \overline{(m^2)}, \quad (8.36)$$

где N_b — поток первичных частиц, а m — число электронно-дырочных пар, приходящихся на одну первичную частицу и достигающих перехода ²⁾.

Общий вывод из обзора экспериментальных данных состоит в том, что теория оказывается справедливой при комнатной температуре для не очень высоких уровней инжекции и при отсутствии влияния ловушек в переходной области. При высоких уровнях инжекции наблюдаются отклонения от теории. При низких уровнях инжекции отклонения становятся заметными, если существенную роль играют ловушки. Желательно более подробное изучение шумовых свойств диодов при очень низких и при очень высоких температурах, а также более тщательное исследование модуляционных явлений.

¹⁾ Этот вопрос рассмотрен в гл. 10. Применение плоскостных и точечноконтактных диодов в качестве детекторов, смесителей и т. п. освещено в гл. 11.

²⁾ Этот вопрос изучали также Дженсон и Валтон [36].

ШУМЫ НА ЛАВИННОМ УЧАСТКЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ $p-n$ -ПЕРЕХОДА

Интересное шумовое явление, связанное с лавинообразным пробоем, обнаружено у кремниевых $p-n$ -переходов, имеющих обратное смещение [37—39]. Явление пробоя при температуре жидкого гелия, наблюдавшееся Складом и Бурштейном [40], можно приписать ударной ионизации нейтральных доноров, так как такое явление имеет некоторое сходство с пробоем перехода.

Пробой возникает в очень малых разрядных областях (микроплазмы), которые в случае поверхностных переходов могут быть видны как маленькие светящиеся точки. В цепи с высоким сопротивлением шум проявляется в виде треугольных импульсов напряжения с амплитудой до нескольких сотен милливольт, возникающих случайно со скоростью, сильно зависящей от величины постоянного тока; в цепях с низким сопротивлением шум проявляется в виде прямоугольных импульсов тока.

Само явление пробоя исследовалось во многих работах; вопросы же образования шума рассмотрены в работе Чамплина [42], в которой объединены результаты наблюдений над импульсами напряжения в цепях с высоким сопротивлением, над импульсами тока в цепях с низким сопротивлением, а также результаты измерений шума и сопротивления, причем все это рассматривалось в зависимости от величины постоянного тока, текущего через область пробоя. В этой работе исследовались сплавные переходы, образованные импульсной сваркой проволоки из чистого алюминия с кремниевым кристаллом n -типа; такие плоскостные диоды имеют переходную область с площадью порядка всего 10^{-3} см^2 . Поэтому при не очень сильных пробивных токах возможно существование только одной области пробоя.

В результате такого исследования Чамплин пришел к выводу, что рассматриваемый шум создается флуктуациями тока между устойчивыми уровнями. У некоторых диодов существуют только два устойчивых уровня—«0» и «1» (двустабильный случай), поэтому механизм пробоя может быть представлен в виде случайно срабатывающего переключателя типа «включено—выключено», как предло-

жено Маккеем. Однако Чамплин обнаружил, что у большинства диодов единственная область пробоя по своим свойствам больше приближается к случайному переключателю на несколько положений (многостабильный случай). В случае цепи с низким сопротивлением вероятности перехода к следующему более высокому уровню тока имеют фиксированные значения, но вероятности перехода к следующему более низкому уровню являются очень чувствительными функциями приложенного напряжения (даже в тех случаях, когда приложенное напряжение меняется всего на несколько милливольт при изменении пробивного тока от 50 до 200 мка). Флуктуации между более высокими уровнями многостабильной разрядной области происходят значительно быстрее, чем флуктуации между уровнями 0 и 1; в результате большая часть шума создается в тех случаях, когда преобладают переходы между уровнями 0 и 1. В цепи с высоким сопротивлением напряжение меняется в течение длительности импульса на несколько сотен милливольт; такое изменение достаточно велико для того, чтобы вызвать заметное возрастание вероятности перехода от состояния 0 к состоянию 1 с ростом мгновенного значения напряжения.

Теория шума, создаваемого случайным действующим переключателем на два положения, изложена в гл. 3, стр. 36. Обозначим положение «выключено» индексом 0, а положение «включено» — индексом 1, и пусть φ_{10} есть вероятность перехода от 1 к 0, а φ_{01} — от 0 к 1. Тогда, применяя обозначения, принятые в гл. 3, стр. 36, имеем

$$\gamma_1 = \frac{1}{\varphi_{01}}; \quad \gamma_2 = \frac{1}{\varphi_{10}}; \quad \frac{1}{\tau} = \frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2}; \quad I = \frac{\gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2} I_1, \quad (8.37)$$

где I_1 — ток через переключатель, когда последний находится в положении «1», I — средний ток и τ_0 — постоянная времени. Отсюда спектральная плотность шума получается равной

$$S(f) = 4I^2 \frac{\gamma_1^2 \gamma_2^2}{(\gamma_1 + \gamma_2)^3} \frac{1}{1 + \omega^2 \tau_0^2}. \quad (8.38)$$

Экспериментальные наблюдения шума в цепях с низким сопротивлением показывают, что γ_1 и I_1 лишь медленно изменяются в зависимости от приложенного напря-

жения V , тогда как γ_2 является весьма чувствительной функцией от V . Считая I_1 и γ_1 постоянными и рассматривая низкочастотную часть спектральной плотности $S(0)$ как функцию γ_2/γ_1 , получим, что максимальное значение $S(0)$ имеет место при $\gamma_2 = 2\gamma_1$; при этом $I = \frac{2}{3}I_1$.

Большинство исследованных диодов обладали не двухстабильным, а многостабильным пробоем; вследствие переходов на более высокие уровни тока средний ток в импульсе равен не I_1 , а более высокому значению I_p . Это обстоятельство учитывается в выражении (8.38) путем замены I_1 на I_p ; значение I_p можно определить как функцию общего тока I . Наблюдения посредством катодно-лучевого осциллографа показали, что $\gamma_1 \simeq 2 \cdot 10^{-6}$ сек. (соответствует значению $\varphi_{01} \simeq 5 \cdot 10^5 \text{ сек}^{-1}$) и практически не зависит от приложенного напряжения. Если эти значения подставить в видоизмененное выражение (8.38), то совпадение теории с экспериментом оказывается превосходным.

Чамплин изучал также шумы при более высоких значениях тока ($I > 300 \text{ мка}$) в цепи с низким сопротивлением. У одного из образцов эквивалентный ток насыщенного диода составлял $I_{\text{экр.}} \simeq 10^5 \text{ а}$ при токе 110 мка и падал до $I_{\text{экр.}} \simeq 6 \text{ а}$ при токе диода $I = 0,42 \text{ ма}$; при дальнейшем увеличении тока диода эквивалентный ток насыщенного диода $I_{\text{экр.}}$ имел несколько дополнительных максимумов, однако все они были значительно меньше максимума при токе диода $I = 110 \text{ мка}$. Другие образцы давали аналогичные характеристики. Чамплин объяснил эти дополнительные максимумы шума как результат флуктуаций между более высокими уровнями тока. Предполагая, что при максимуме переходы происходят в основном между двумя соседними уровнями тока, благодаря чему можно применить выражение (8.38), Чамплин смог определить скорости переходов между этими уровнями. Он получил для вероятностей φ_{23} , φ_{34} , φ_{45} значения порядка 10^{10} сек^{-1} .

Так как величина φ_{01} в случае цепи с высоким сопротивлением зависит от мгновенного напряжения, а в случае цепи с низким сопротивлением практически не зависит от него, то спектральные плотности шума напряжения

в первом случае и шума тока во втором случае не могут быть связаны простой формулой. Это обстоятельство резко отличается от того, что мы наблюдаем в линейных цепях.

Если первичные носители, приводящие к пробое, создаются тепловой генерацией из ловушек, то вероятность φ_{01} не должна зависеть от мгновенного напряжения; если же генерация создается эмиссией Зинера из ловушек, то φ_{01} с ростом напряжения должна быстро увеличиваться. Отсюда Чамплин заключил, что в исследованных им диодах имел место чистый пробой Зинера, что согласуется с результатами, полученными Чиновецем и Маккейем. Согласно выводам этих исследователей, пробой создается лавинообразным процессом при напряжениях $V_b > 40$ в; при $7 \leq V_b \leq 40$ в эмиссия Зинера может играть важную роль в создании носителей, вызывающих пробой; при $V_b < 7$ в пробой выражен не вполне четко [45].

Очень короткие и быстрые импульсы, создаваемые флуктуациями между более высокими уровнями тока, должны приводить к значительной интенсивности шума в области высоких частот, заходящей в диапазон сверх-высоких частот. Это действительно наблюдалось Моллом, Улиром и Сеницким [46], однако в исследованном ими случае пробой являлся двустабильным и шум на сверх-высоких частотах создавался лишь передними фронтами импульсов тока.

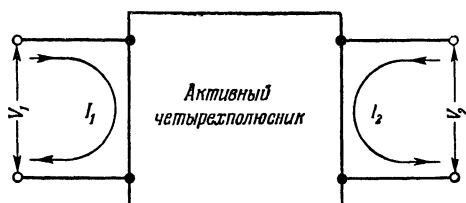
ЛИТЕРАТУРА

1. Shockley W., *Electrons and Holes in Semiconductors*, New York; van Nostrand, 1952.
2. Ван-дер-Зил А., Флуктуации в радиотехнике и физике, ГЭИ, 1958; Van der Ziel, *Noise*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1954.
3. Anderson R. L., van der Ziel A., *Trans. Inst. Radio Engrs.*, N. Y., 1, 20 (1952).
4. Weisskopf V. F., *M. R. D. S. Report*, № 14—133, May 1943.
5. Petritz R. L., *Proc. IRE*, 40, 1440 (1952).
6. Petritz R. L., *Phys. Rev.*, 91, 204 (1953).
7. North D. O., American Physical Society Meeting, Boulder, Colorado, 1957.
8. Van der Ziel A., *Proc. IRE*, N. Y., 43, 1639 (1955); 45, 1011 (1957).
9. Solow M., *Theory of Noise in a Multidimensional Semiconductor with a p-n Junction*, Catholic University of America, 1957; U. S. Naval Ordnance Laboratory Report, Navord 5762.

10. Glacioletto L. J., in «Transistors I», New-Jersey; R. C. A. Labs., 1956.
11. Montgomery H. C., Clark M. A., *J. appl. Phys.*, **24**, 1337 (1952).
12. Van der Ziel A., там же, **25**, 815 (1954).
13. Uhliar A., *Proc. IRE*, N. Y., **44**, 1541 (1956).
14. Van der Ziel A., Becking A. G. T., там же, **46**, 589 (1958).
15. Van der Ziel A., *Fortschritte der Hochfrequenztechnik*, **4**, 1959.
16. Ван-дер-Зил А., *Радиотехника и электроника за рубежом*, № 1 и 2 (1959); Van der Ziel A., *Proc. IRE*, **46**, 1019 (1958).
17. Van der Ziel A., *Sci. Elect.*, **4**, 11 (1958).
18. Schneider B., Strutt M. J. O., *Proc. IRE*, **47**, 546 (1959).
19. Champlin K. S., A Study of Shot and Thermal Noise in Silicon $p-n$ Junction Diodes, M. Sc. Thesis, University of Minnesota, 1955.
20. Fonger W. H., in «Transistors I», New Jersey, R. C. A. Laboratories, 1956.
21. Guggenbuehl W., *Arch. elektr. Übertr.*, **10**, 483 (1956).
22. Misawa T., *J. phys. Soc., Japan*, **12**, 882 (1957).
23. Van der Ziel A., in «Noise in Electron Device», New York, John Wiley, 1959.
24. North D. O., IRE — AIEE Conference on Semiconductor Devices Research, University of Pennsylvania, 1955.
25. Guggenbuehl W., Strutt M. J. O., *Helv. phys. acta*, **28**, 694 (1955).
26. Guggenbuehl W., Strutt M. J. O., *Arch. elektr. Übertr.*, **9**, 103 (1955).
27. Lummis F. L., Petritz R. L., *Phys. Rev.*, **91**, 231 (1953).
28. Nonnenmacher W., *Nachr. tech. Z.*, **10**, 559 (1957).
29. Champlin K. S., *Proc. IRE*, **46**, 779 (1958).
30. Slocum A., Shive J. N., *J. appl. Phys.*, **25**, 406 (1954).
31. Pearson G. L., Montgomery H. C., Feldmann W. L., там же, **27**, 91 (1956).
32. Hyde F. J., *Proc. phys. Soc. Lond.*, **B66**, 1017 (1953).
33. Hyde F. J., там же, **B69**, 231 (1956).
34. Torrey H. C., Whitmer C. A., *Crystal Rectifiers*, New York; McGraw-Hill Book Co., 1948.
35. Fonger W. H., Loferski J. J., Rappaport P., *J. appl. Phys.*, **29**, 588 (1958).
36. Jackson R. B., Walton A. K., *Proc. phys. Soc. Lond.*, **70**, 251 (1957).
37. Chynoweth A. G., *Phys. Rev.*, **106**, 418 (1957).
38. Chynoweth A. G., Pearson G. L., *J. appl. Phys.*, **29**, 1103 (1958).
39. Senitzki B., Moll J. L., *Phys. Rev.*, **110**, 612 (1958).
40. Sclar N., Burstein E., *Z. phys. chem. Solids*, **2**, 1 (1957).
41. Rose D. J., *Phys. Rev.*, **105**, 413 (1957).
42. Champlin K. S., *J. appl. Phys.*, **50** (1959).
43. McKay K. G., McAfee K. B., *Phys. Rev.*, **91**, 1079 (1953).
44. McKay K. G., там же, **94**, 877 (1954).
45. Chynoweth A. G., McKay K. G., там же, **102**, 369 (1956).
46. Moll J. L., Uhliar A., Senitzki B., *Proc. IRE*, **46**, 1306 (1958).

ДРОБОВОЙ ШУМ В ПЛОСКОСТНЫХ ТРАНЗИСТОРАХ

Плоскостной транзистор представляет собой пластину монокристаллического полупроводникового материала, в которой две области p -типа разделены областью n -типа (в случае транзистора $p-n-p$) или две области n -типа разделены областью p -типа (в случае транзистора $n-p-n$).



Ф и г. 9.1. Представление транзистора в виде четырехполюсника.

Одна из крайних областей называется эмиттером, другая — коллектором, средняя область называется базой.

По существу транзистор представляет собой два диода, причем база является их общим элементом. На диод эмиттер—база подается прямое смещение, поэтому эмиттер вводит в базу неосновные носители; на диод база—коллектор подается обратное смещение, поэтому коллектор выводит неосновные носители из базы. Усижительное действие транзистора основано на том, что ток, вводимый в диод эмиттер—база, который обладает малым сопротивлением, практически полностью поступает в диод база—коллектор, обладающий значительно более высоким сопротивлением. Такое представление позволяет применять к каждому из диодов теорию, изложенную в гл. 8, что

существенно упрощает расчеты. Когда эти расчеты оказываются недостаточными, теорию диода легко распространить на транзисторы.

Транзистор представляет собой активный четырех-полюсник, который можно охарактеризовать четырьмя параметрами, связывающими при помощи двух уравнений ток I_1 и напряжение V_1 на входе с током I_2 и напряжением V_2 на выходе (фиг. 9.1). Применяются следующие системы параметров:

1. Параметры проводимости Y_{11} , Y_{12} , Y_{21} , Y_{22} :

$$I_1 = Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2,$$

$$I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2.$$

2. Параметры сопротивления Z_{11} , Z_{12} , Z_{21} , Z_{22} :

$$V_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2,$$

$$V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2.$$

3. h -параметры h_{11} , h_{12} , h_{21} , h_{22} :

$$V_1 = h_{11} I_1 + h_{12} V_2,$$

$$I_2 = h_{21} I_1 + h_{22} V_2.$$

КОРПУСКУЛЯРНЫЙ МЕТОД ДЛЯ СЛУЧАЯ НИЗКИХ ЧАСТОТ

Чтобы развить теорию шумов транзисторов на низких частотах, рассмотрим транзистор $p-n-p$; для простоты примем сначала, что весь ток создается дырками. Обозначим I_e —ток эмиттера, а I_c —ток коллектора, и пусть коллектор имеет такое смещение, что он не вводит дырок в область базы. Примем также, что ток I_{ee} образуется дырками, генерируемыми в базе и текущими в эмиттер, а ток I_{cc} —дырками, генерируемыми в базе и текущими в коллектор. Если можно пренебречь токами утечки, то $-I_{ee}$ и $+I_{cc}$ представляют собой соответственно токи эмиттера и коллектора, которые имели бы место при подаче достаточно больших обратных смещений на оба диода.

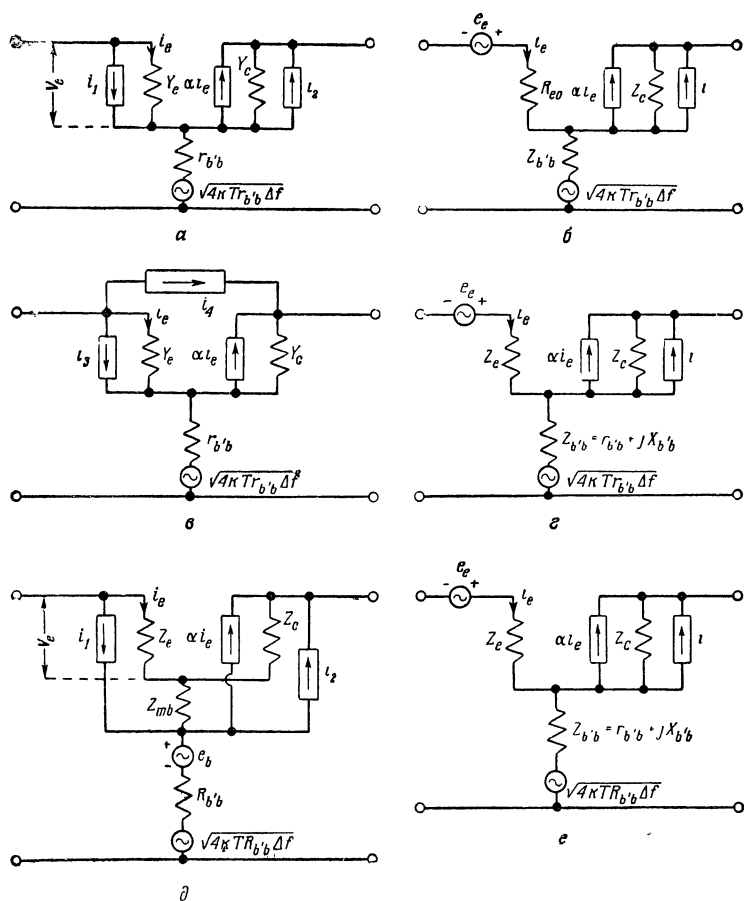
Шумы транзистора можно представить прежде всего двумя генераторами тока i_1 и i_2 , присоединенными парал-

тельно эмиттерному и коллекторному переходам соответственно [1]. Для этого введем понятие о «внутренней» базе b' ; эмиттерный переход распространяется от эмиттерного контакта e до базы b' , и генератор тока i_1 присоединяется параллельно ему, а коллекторный переход распространяется от коллекторного контакта c до базы b' , и генератор тока i_2 присоединяется параллельно ему. Между внутренней базой b' и внешней базой b имеется сопротивление $r_{b'b}$.

Введение представления о внутренней базе b' имеет целью разделить эффекты, создаваемые последовательным сопротивлением, что можно объяснить следующим образом. Разделим мысленно транзистор на большое число участков с малым поперечным сечением, каждый из которых имеет собственный вывод базы; примем для простоты, что поток носителей является одномерным и что существует только объемная рекомбинация. Тогда каждый участок действует как малый транзистор, имеющий нулевое внутреннее сопротивление базы и внешнее сопротивление $r_{b'b}$, включенные между внутренним выводом базы b' и внешним выводом базы b . Поскольку все участки включены параллельно, токи эмиттера и коллектора и влияние вывода базы можно в первом приближении представить через «среднее» сопротивление базы $r_{b'b}$, которое определяется как результат усреднения сопротивлений $r_{b'b}$ отдельных участков. В дальнейшем это «среднее» сопротивление $r_{b'b}$ будет называться «истинным» сопротивлением базы.

Истинное сопротивление базы плоскостных транзисторов можно измерить путем определения параметра h_{12} как функции частоты. Его можно определить также по измеренному сопротивлению базы путем вычитания из него составляющей, создаваемой э. д. с. обратной связи $\mu_{ec}v_c$ ¹⁾.

1) Согласно Эрли [2], переменное напряжение v_c модулирует толщину базы в одном ритме с приложенным напряжением, что приводит к возникновению э. д. с. $\mu_{ec}v_c$, действующей последовательно с эмиттерным переходом. Кроме того, напряжение, развиваемое в области базы, равно $v_c r_{b'b} / (r_{b'b} + Z_c) \approx v_c r_{b'b} / Z_c$, так как обычно $|Z_c| \gg r_{b'b}$ (фиг. 9.2, з). Поскольку $1/Z_c = g_c + j\omega C_c$, $h_{12} = \mu_{ec} + g_c r_{b'b} + j\omega C_c r_{b'b}$, то можно определить $r_{b'b}$, если известны C_c .



Ф и г. 9.2. Эквивалентные схемы транзистора.

а — низкочастотная схема Ван-дер-Зила; *б* — схема Монтгомери и Кларка; *в* — низкочастотная схема Джаколетто; *г* — высокочастотный вариант схемы *б*; *д* — эквивалентная схема, учитывающая модуляционные явления; *е* — видоизмененная схема, обобщающая свойства схем *г* и *б*.

Ток I_e теперь можно считать состоящим из составляющей $I_e + I_{ee}$, которая создается движением дырок из эмиттера в базу, и из составляющей $-I_{ee}$, создаваемой движением дырок из базы в эмиттер. Оба тока должны флуктуировать независимо, и каждому из них должен сопутствовать полный дробовой шум¹⁾. Поэтому если эмиттерный шум представить генератором тока i_1 , присоединенным параллельно эмиттерному переходу, то

$$\overline{i_1^2} = 2e(I_e + I_{ee})\Delta f + 2eI_{ee}\Delta f. \quad (9.1)$$

В коллекторном переходе все дырки движутся в одном направлении, поэтому можно ожидать, что коллекторному току I_c тоже сопутствует полный дробовой шум. Представляя коллекторный шум генератором тока i_2 , включенным параллельно коллекторному переходу, получим

$$\overline{i_2^2} = 2eI_c\Delta f. \quad (9.2)$$

Выражения (9.1) и (9.2) непосредственно следуют из (8.8). Эмиттерный шум получается путем подстановки $I = I_e$ и $I_0 = I_{ee}$; коллекторный шум — в результате подстановки $I + I_0 = 0$ и $I_0 = I_c$ ²⁾. Поскольку выражение (8.8) справедливо для любого диода, выражения (9.1) и (9.2) должны оставаться справедливыми и в тех случаях, когда часть тока создается электронами³⁾.

Кроме того, следует ожидать, что на последовательном сопротивлении переходов должны возникать тепловые шумы, причем наиболее важным источником этих шумов является истинное сопротивление базы $r_{b'b}$, описанное выше. Таким образом, эквивалентная схема должна иметь вид, изображенный на фиг. 9.2, а. Полная проводимость эмиттера Y_e , указанная на этой схеме, в действительности на низких частотах представляет собой активную проводимость G_{e0} :

$$Y_e = G_e = G_{e0} = \frac{\partial I_e}{\partial V_e} = \frac{e(I_e + I_{ee})}{kT}. \quad (9.3)$$

1) См. стр. 127.

2) Последнее может показаться неожиданным, однако надо вспомнить, что коллектор имеет обратное смещение и что ток $I + I_0$ соответствует току дырок, вводимых из коллектора в базу, и равен нулю при подаче указанного смещения.

3) См. ниже.

Токи генераторов i_1 и i_2 сильно коррелированы. Для определения взаимной корреляции $\overline{i_1^* i_2}$ (звездочка означает переход к комплексно-сопряженной величине) учтем, что из всего дырочного тока $I_e + I_{ee}$, вводимого в область базы эмиттером, на коллектор попадает составляющая $\beta_0 (I_e + I_{ee})$; величина β_0 характеризует эффективность коллектора по постоянному току. Если дырки, генерируемые в области базы и собираемые коллектором, образуют составляющую I_{cc} тока I_c , то

$$\begin{aligned} I_c &= \beta_0 (I_e + I_{ee}) + I_{cc} = \beta_0 I_e + (I_c)_{\text{нас.}}; \\ (I_c)_{\text{нас.}} &= \beta_0 I_{ee} + I_{cc}. \end{aligned} \quad (9.4)$$

Величина $(I_c)_{\text{нас.}}$ называется током насыщения коллектора и представляет собой ток коллектора при разомкнутой цепи эмиттера¹⁾. Таким образом, эмиттер и коллектор имеют общий ток $\beta_0 (I_e + I_{ee})$; взаимная корреляция $\overline{i_1^* i_2}$ создается флуктуациями этого тока, и ей должен сопутствовать полный дробовой шум, откуда следует

$$\overline{i_1^* i_2} = 2e\beta_0 (I_e + I_{ee}) \Delta f. \quad (9.5)$$

Ток $\beta_0 (I_e + I_{ee})$ определяет также способность транзистора пропускать сигнал. Передаточная полная проводимость Y_{ce} транзистора на низких частотах представляет собой активную проводимость G_{ce0} :

$$Y_{ce} = G_{ce0} = \frac{\partial I_c}{\partial V_e} = \frac{\beta_0 e (I_e + I_{ee})}{kT}. \quad (9.6)$$

Передачу сигнала можно представить генератором тока $Y_{ce} v_e$, включенным параллельно коллекторному переходу, где v_e — переменное напряжение на эмиттере. На схеме фиг. 9.2, а ток этого генератора обозначен через αi_e , где $i_e = v_e Y_e$ и $\alpha = Y_{ce}/Y_e$.

Откажемся теперь от принятого вначале предположения о том, что весь ток создается дырками. В таком случае надо учитывать также электроны, текущие из эмит-

1) Определение $(I_c)_{\text{нас.}}$ показывает, что величина I_{cc} не является током насыщения коллектора, хотя и связана с ним. Аналогично I_{ee} не является током насыщения эмиттера.

тера в базу, из базы в эмиттер и из коллектора в базу. Каждый из этих электронов участвует в образовании либо тока I_e , либо тока I_c , но не существует электронов, участвующих одновременно в образовании и I_e и I_c . Здесь также осуществляются условия для полного дробового шума, и поэтому остаются справедливыми формулы (9.1)—(9.3), но при условии, что токи $I_e + I_{ee}$ и $-I_{ee}$ определены соответствующим образом заново. Так, например, ток $I_e + I_{ee}$ теперь создается частично дырками, вводимыми из эмиттера в базу, и частично электронами, вводимыми из базы в эмиттер.

Пусть составляющая $\gamma_0(I_e + I_{ee})$ тока эмиттера образуется дырками, вводимыми эмиттером в базу; γ_0 называется эффективностью эмиттера. Часть β_0 этих дырок достигает коллектора. Тогда эмиттерный и коллекторный переходы имеют общий ток $\gamma_0\beta_0(I_e + I_{ee})$, и этому току должен сопутствовать полный дробовой шум. Введем коэффициент усиления транзистора α_0 по постоянному току:

$$\alpha_0 = \gamma_0\beta_0. \quad (9.7)$$

Как видно, в рассматриваемом случае в выражениях (9.4)—(9.6) величину β_0 следует заменить на α_0 , после чего эти формулы принимают вид

$$\overline{i_{12}^*} = 2e\alpha_0(I_e + I_{ee})\Delta f = 2kTG_{ce0}\Delta f, \quad (9.8)$$

$$Y_{ce} = G_{ce0} = \alpha_0 G_{e0} = \alpha_0 \frac{e(I_e + I_{ee})}{kT}, \quad (9.9)$$

$$I_c = \alpha_0 I_e + (I_c)_{\text{нас.}}; \quad (I_c)_{\text{нас.}} = \alpha_0 I_{ee} + I_{cc}. \quad (9.10)$$

Теперь можно показать, что две другие эквивалентные схемы, предложенные ранее на более или менее эвристической основе Монтгомери и Кларком [3], Ван-дер-Зилом [4] и Джаколетто [5], почти идентичны с эквивалентной схемой, изображенной на фиг. 9.2, а¹).

1) Монтгомери и Кларк дали выражение для $\overline{e_e^2}$ с точностью до обычно несущественного множителя $(I_e + 2I_{ee})/(I_e + I_{ee})$, который был добавлен Ван-дер-Зилом. Они определили также второй член выражения для i^2 (первый член был получен Ван-дер-Зилом).

Эквивалентная схема Монтомгери и Кларка, изображенная на фиг. 9.2, б, содержит два независимых источника шума, а именно генератор э. д. с. шума e_e , включенный последовательно с эмиттерным переходом, и генератор шумового тока i , включенный параллельно коллекторному переходу. Оба генератора предполагаются некоррелированными и

$$\left. \begin{aligned} \overline{e_e^2} &= 2kTR_{e0}\Delta f \left(\frac{I_e + 2I_{ee}}{I_e + I_{ee}} \right), \\ \overline{i^2} &= 2e\alpha_0(1-\alpha_0)I_e\Delta f + 2e(I_c)_{\text{нас.}}\Delta f, \end{aligned} \right\} \quad (9.11)$$

где $R_{e0}=1/G_{e0}$. Способность транзистора передавать сигнал представлена в этой схеме генератором тока $\alpha_0 i_e$, где i_e —ток, протекающий через эмиттерный переход.

Схема фиг. 9.2, а легко преобразуется в схему фиг. 9.2, б, что приводит к соотношениям

$$i = i_2 - \alpha_0 i_1; \quad e_e = i_1 R_{e0}, \quad (9.11a)$$

где $R_{e0}=1/G_{e0}$. Величина $\overline{e_e^2}$ определяется на основании (9.1) и (9.3), а выражение для $\overline{i^2}$ следует из (9.1), (9.2) и (9.8). Наконец, отметим, что e_e и i действительно практически можно считать некоррелированными, так как

$$\overline{e_e^* i} = R_{e0} \overline{i_1^* (i_2 - \alpha_0 i_1)} = -2e\alpha_0 I_{ee} R_{e0} \Delta f \quad (9.11b)$$

и при $I_e \gg I_{ee}$ эта величина мала по сравнению с $\sqrt{\overline{e_e^2} \cdot \overline{i^2}}$.

Джаколетто представил шум двумя некоррелированными генераторами тока i_3 и i_4 , причем генератор тока i_3 включен параллельно эмиттерному переходу, а i_4 —между эмиттерным и коллекторным переходами. Величины этих токов определяются выражениями

$$\overline{i_3^2} = 2eI_b\Delta f; \quad \overline{i_4^2} = 2eI_c\Delta f, \quad (9.12)$$

где $I_b = (I_e - I_c)$ —ток базы. Эквивалентная схема Джаколетто приведена на фиг. 9.2, в [5].

Схема фиг. 9.2, *а* легко преобразуется в схему фиг. 9.2, *в*, что приводит к соотношениям

$$i_1 = i_3 + i_4; \quad i_2 = i_4; \quad (9.13)$$

так что $\overline{i_4^2}$ определяется непосредственно выражением (9.2), в то время как, согласно (9.1), (9.2), (9.8) и (9.10),

$$\overline{i_3^2} = \overline{(i_1 - i_2)^2} = 2eI_b \Delta f + 4e(I_{ee} + I_{cc}) \Delta f. \quad (9.14)$$

Это соответствует выражению (9.12) при $2(I_{ee} + I_{cc}) \ll I_b$. Далее, токи i_3 и i_4 практически некоррелированы, поскольку, согласно (9.2), (9.8) и (9.10),

$$\overline{i_3^* i_4} = \overline{(i_1^* - i_2^*) i_2} = -2eI_{cc} \Delta f. \quad (9.15)$$

При малых значениях I_{cc} эта величина мала по сравнению с $\sqrt{\overline{i_3^2} \cdot \overline{i_4^2}}$. Природа такой корреляции очевидна, поскольку токи I_b и I_c имеют общую составляющую I_{cc} . Характер фазовых сдвигов определяется тем, что ток I_{cc} течет от базы к коллектору.

Из изложенного видно, что три рассмотренные схемы являются почти равноценными и имеют лишь указанные выше несущественные отличия.

ОБЩИЙ КОРПУСКУЛЯРНЫЙ МЕТОД РАССМОТРЕНИЯ ШУМОВ ТРАНЗИСТОРОВ

Корпускулярная теория, изложенная в гл. 8, стр. 129—135, может быть легко распространена и на транзисторы. Если в транзисторе $p-n-p$ -типа весь ток создается дырками, то их можно распределить на пять групп (см. фиг. 8.2, *б*):

- 1) дырки, вводимые в область базы и собираемые коллектором;
- 2) дырки, вводимые в область базы и рекомбинирующие в ней со свободными электронами;
- 3) дырки, вводимые в область базы и возвращающиеся в эмиттер;
- 4) дырки, генерируемые в области базы и собираемые эмиттером;

5) дырки, генерируемые в области базы и собираемые коллектором.

Поскольку формула (8.10а) справедлива для произвольного диода, ее можно считать пригодной для эмиттерного и для коллекторного диодов транзистора. Применяя ее к эмиттерному диоду и вводя полную эмиттерную проводимость $Y_e = G_e + jB_e$, где G_e — активная эмиттерная проводимость, получим

$$\bar{i}_1^2 = 4kTG_e\Delta f - 2eI_e\Delta f. \quad (9.16)$$

Применение той же теории к коллекторному диоду дает

$$\bar{i}_2^2 = 2eI_c\Delta f, \quad (9.17)$$

что совпадает с формулой (9.2)¹⁾. Более строгое доказательство можно дать на основе подробного анализа составляющих величин \bar{i}_1^2 и \bar{i}_2^2 , создаваемых дырками групп 1—5. Подобный анализ приводит также к выводу о том, что полученные выражения остаются справедливыми и в том случае, когда ток частично создается электронами. На низких частотах $G_e = G_{e0}$, поэтому, подставляя (9.3) в (9.16), получаем (9.1). Отсюда следует, что (9.16) и (9.17) являются правильным обобщением выражений (9.1) и (9.2) на область высоких частот.

Чтобы обобщить на область высоких частот выражение (9.8), необходимо учесть, что только дырки группы 1 участвуют одновременно в образовании эмиттерного тока I_e и коллекторного тока I_c и что не существует электронов, одновременно участвующих в образовании обоих токов. Поэтому только дырки группы 1 влияют на величину \bar{i}_1^* и на полную передаточную проводимость Y_{ce} [1,6].

Если к эмиттеру приложено слабое переменное напряжение v_e , то переменный ток в короткозамкнутой цепи коллектора равен $Y_{ce}v_e$, а переменный ток в цепи эмиттера равен $Y_e v_e$. Часть $\alpha_0 G_{e0} v_e$ этого тока эмиттера создается дырками группы 1; поскольку скорость диффузии дырок группы 1 через эмиттерный переход практически

1) На коллекторный переход подается обратное смещение, поэтому его активная проводимость пренебрежимо мала и $I = -I_c$ (I считается отрицательным при обратном смещении).

мгновенно следует за изменениями переменного напряжения на эмиттере, эта составляющая тока $Y_e v_e$ остается неизменной на всех частотах, представляющих практический интерес. В области низких частот, как указано выше, $Y_{ce} = G_{ce0} = \alpha_0 G_{e0}$. Если бы все дырки группы 1 имели одинаковое время диффузии τ через область базы, то на высоких частотах имело бы место соотношение

$$Y_{ce} = G_{ce0} \exp(-j\omega\tau). \quad (9.18)$$

Однако, поскольку диффузия дырок через область базы представляет собой случайный процесс, время диффузии имеет распределение $h(\tau) d\tau$ и соответственно

$$Y_{ce} = \int_0^{\infty} G_{ce0} [\exp(-j\omega\tau)] h(\tau) d\tau, \quad (9.18a)$$

что объясняет убывание $|Y_{ce}|$ на высоких частотах.

Переходя к рассмотрению взаимной корреляции $\overline{i_1^* i_2}$, положим, что i_{11} и i_{21} представляют собой составляющие токов i_1 и i_2 , создаваемые дырками группы 1. Тогда $\overline{i_1^* i_2} = \overline{i_{11}^* i_{21}}$. Поскольку отдельные импульсы тока независимы и все дырки группы 1 должны обязательно проходить как через эмиттерный, так и через коллекторный переходы, то по аналогии с (9.8) получим

$$\overline{i_{11}^2} = \overline{i_{21}^2} = 2e\alpha_0 (I_e + I_{ee}) \Delta f = 2kTG_{ce0}\Delta f. \quad (9.19)$$

Если бы все дырки имели одинаковое время диффузии через область базы, то можно было бы ожидать, что

$$\overline{i_1^* i_2} = \overline{i_{11}^* i_{21}} = \overline{i_{11}^2} \exp(-j\omega\tau) = 2kTG_{ce0}\Delta f \exp(-j\omega\tau). \quad (9.20)$$

Вводя опять распределение $h(\tau) d\tau$ времени диффузии τ , получим

$$\overline{i_1^* i_2} = \int_0^{\infty} 2kTG_{ce0}\Delta f [\exp(-j\omega\tau)] h(\tau) d\tau$$

или, подставляя (9.18a),

$$\overline{i_1^* i_2} = 2kTY_{ce}\Delta f. \quad (9.21)$$

В области низких частот $Y_{ce} = G_{ce0}$, откуда следует, что выражение (9.21) является правильным обобщением выражения (9.8) на область высоких частот.

Изложенный вывод выражений для $\overline{i_1^2}$, $\overline{i_2^2}$ и $\overline{i_1^* i_2}$ является справедливым при произвольной геометрии и для любой природы рассматриваемых токов (дырочной, электронной или смешанной).

Удобно ввести коэффициент усиления тока α по высокой частоте; в области низких частот коэффициент усиления тока α_0 можно определить, согласно (9.9), как $\alpha_0 = G_{ce0}/G_{e0}$. Поэтому логично определить коэффициент усиления α в области высоких частот как

$$\alpha = \frac{Y_{ce}}{Y_e}. \quad (9.22)$$

Величина $|\alpha|$ убывает с ростом частоты. Общий закон изменения имеет вид

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + jf/f_0}, \quad (9.22a)$$

где f_0 — критическая частота. Влияние емкости C_{Te} эмиттерной переходной области на α рассмотрено на стр. 177.

Распространение эквивалентных схем, предложенных Монтгомери, Кларком и Ван-дер-Зилом (фиг. 9.2, б), на область более высоких частот, таким образом, приводит к схеме, изображенной на фиг. 9.2, г. Здесь дробовой шум представлен источником э. д. с. e_e , включенным последовательно с эмиттерным переходом, и генератором тока i , включенным параллельно коллекторному переходу. Нетрудно видеть, что

$$i = i_2 - \alpha i_1; \quad e_e = i_1 Z_e. \quad (9.23)$$

Эти соотношения являются обобщением (9.11а). Способность транзистора передавать сигнал учитывается генератором тока αi_e , где $i_e = v_e/Z_e$ — ток, текущий через эмиттерный переход. Далее, введем полные сопротивления эмиттера $Z_e = 1/Y_e$, коллектора $Z_c = 1/Y_c$ и базы $Z_{b'b} = r_{b'b} + jX_{b'b}$ (последнее может быть комплексным на

высоких частотах); наличие сопротивления $r_{b'b}$ должно вызывать тепловой шум¹⁾.

С учетом выражений (9.16), (9.17) и (9.21) получим

$$\overline{i^2} = \overline{(i_2^* - \alpha^* i_1^*) (i_2 - \alpha i_1)} = 2e (I_c - |\alpha|^2 I_e) \Delta f$$

или после подстановки (9.10)

$$\overline{i^2} = 2e [(\alpha_0 - |\alpha|^2) I_e + (I_c)_{\text{нас.}}] \Delta f. \quad (9.24)$$

Далее,

$$\overline{e_e^2} = \overline{i_1^2} |Z_e|^2 = 2kT \Delta f (2G_e - G_{e0} + G_{e00}) |Z_e|^2, \quad (9.25)$$

где $G_{e0} = e(I_e + I_{ee})/kT$ и $G_{e00} = eI_{ee}/kT$.

Выражения (9.24) и (9.25) являются правильными обобщениями формул (9.11) на область высоких частот. Наконец,

$$\overline{e_e^* i} = 2kT \alpha \Delta f [-1 + (G_{e0} - G_{e00}) Z_e^*], \quad (9.26)$$

что для области низких частот сводится к выражению (9.11б). Таким образом, на низких частотах корреляция практически равна нулю, но может иметь заметную величину в области высоких частот.

Гуггенбюль и Стратт [7] заметили, что выражения (9.16) и (9.17) описывают тепловой шум, если к ним прибавить или из них вычесть величину, соответствующую дробовому шуму. Они изложили аргументы, оправдывающие такую процедуру, и использовали ее для вывода формулы (9.21), основываясь при этом только на представлениях о тепловом шуме. Это можно рассматривать как первую попытку термодинамического доказательства выражений (9.16), (9.17) и (9.21).

Изложенная теория основывается на трех основных допущениях, упомянутых в гл. 8 (стр. 135). При высоких уровнях инжекции отдельные импульсы тока нельзя считать совершенно независимыми, что делает неверным первое из этих допущений [8]. При низких уровнях инжек-

¹⁾ Ср. стр. 173—174 и 186—187,

ции, но при больших плотностях ловушек в эмиттерной переходной области может случиться, что отдельные импульсы тока будут в среднем переносить заряд, отличный от $\pm e$; это приведет к нарушению второго из этих допущений. Такой эффект может вызвать существенное снижение α_0 при низких уровнях тока, что бывает особенно заметно у кремниевых транзисторов [9]. Наконец, надо учитывать эффекты модуляции последовательного сопротивления.

МОДУЛЯЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ

Рассмотрим влияние модуляции последовательных сопротивлений переходов. Наиболее важным из них является сопротивление базы, которое сильно зависит от тока. Вследствие модуляции полное сопротивление базы для переменного тока $Z_{b'b}$ можно разделить на составляющую для постоянного тока $R_{b'b}$ и на модуляционную составляющую Z_{mb} . В области низких частот $Z_{mb} = R_{mb}$ и имеет вещественный характер, причем

$$\left. \begin{aligned} Z_{mb} = R_{mb} &= I_b \frac{\partial R_{b'b}}{\partial I_b}, \\ Z_{b'b} = r_{b'b} &= R_{b'b} + I_b \frac{\partial R_{b'b}}{\partial I_b}, \end{aligned} \right\} \quad (9.27)$$

где $r_{b'b}$ — активное сопротивление базы для переменного тока. Поскольку $R_{b'b}$ убывает с ростом I_b , R_{mb} является отрицательным и $r_{b'b} < R_{b'b}$. На высоких частотах Z_{mb} , а следовательно, и $Z_{b'b}$ становятся комплексными. В той области частот, где важную роль играет фликкер-шум, можно с уверенностью предположить, что $Z_{mb} = R_{mb}$ [10]¹⁾.

При рассмотрении шумов транзисторов можно использовать те же принципы, которые применялись в случае диодов. Генераторы токов i_1 и i_2 модулируют сопротивление базы для постоянного тока $R_{b'b}$ двумя путями:

¹⁾ См. гл. 10, стр. 199—200.

а) непосредственно, что учитывается введением источника э. д. с. e_b последовательно с сопротивлением базы для постоянного тока;

б) косвенно, что было учтено Фонгером [10] посредством двух шумовых генераторов, $i_1 Z_{mb}$ и $i_2 Z_{mb}$. Такой способ был применен для фликкер-шума, поэтому можно ожидать, что он окажется пригодным и в рассматриваемом случае. Однако удобнее учесть этот эффект путем присоединения генератора тока i_1 параллельно Z_e и Z_{mb} и генератора тока i_2 параллельно Z_c и Z_{mb} .

В результате получается эквивалентная схема, изображенная на фиг. 9.2, д; поскольку можно ожидать, что генератор тока αi_e модулирует сопротивление базы для постоянного тока $R_{b'b}$ так же, как и генератор тока i_2 , этот генератор включен параллельно Z_c и Z_{mb} . Э. д. с. шума e_b , включенная последовательно с сопротивлением базы для постоянного тока $R_{b'b}$, должна быть частично коррелирована с i_1 и i_2 ; пренебрежение e_b не всегда может быть оправдано (в отличие от случая фликкер-шума).

Теперь заменим эту схему другой схемой, представленной на фиг. 9.2, е, которая почти эквивалентна изображенной на фиг. 9.2, г и отличается лишь тем, что e_e имеет другую величину и что тепловой шум здесь приписан сопротивлению базы для постоянного тока $R_{b'b}$, а не для переменного тока $r_{b'b}$. Рассмотрение этих двух схем при $|Z_c| \gg |Z_{b'b}|$ приводит к соотношениям

$$i = i_2 - \alpha i_1; \quad e_e = i_1 (Z_e + Z_{mb}) - e_b; \quad (9.28)$$

при этом необходимо еще учесть, что включения генератора тока αi_e в этих схемах несколько отличаются¹⁾. Генератор тока i не зависит от модуляционных эффектов, а э. д. с. зависит от них слабо. Как показано на стр. 186 модуляционные явления лишь незначительно влияют на коэффициент шума.

1) Вследствие различного включения этих генераторов рассматриваемые схемы не вполне равноценны в смысле реакции на входной сигнал. Однако, поскольку эти различия одинаково влияют как на сигнал, так и на шум, коэффициенты шума обеих схем совпадают.

КОЛЛЕКТИВНЫЙ МЕТОД

Одномерная модель [11]

Для определения токов генераторов i_1 и i_2 в одномерной диффузионной модели надо закоротить эмиттерный и коллекторный переходы и определить шумовой дырочный ток в точке $x=0$ (эмиттерная сторона базы) и в точке $x=w$ (коллекторная сторона базы), где w —толщина области базы. После этого область базы можно представить эквивалентной передающей линией длины w , короткозамкнутой для переменного тока с обеих сторон и имеющей распределенные последовательные источники шумовых э. д. с. и распределенные параллельные генераторы шумовых токов. Такие расчеты основываются на следующих допущениях:

1) поток носителей является одномерным, а рекомбинация—объемной;

2) равновесная концентрация дырок p_n в области базы всюду одинакова;

3) утечки параллельно эмиттерному и коллекторному переходам пренебрежимо малы.

В этом случае шум опять можно описать флуктуациями концентрации дырок Δp_x на отрезке между x и $x+\Delta x$ и флуктуациями Δi_{px} тока, исчезающего между x и $x+\Delta x$. Величины $\overline{\Delta i_{px}^2}$ и $\overline{\Delta p_x^2}$ определяются выражениями (8.19) и (8.20), причем, как и раньше, $\overline{\Delta i_{px} \Delta p_x} = 0$. Однако избыточная концентрация дырок $p'(x)$ в области базы отличается от имевшей место в случае диода; можно показать, что она равна

$$p'(x) = p'_{e0} \frac{\text{sh } \gamma_0 (w-x)}{\text{sh } \gamma_0 w} + p'_{c0} \frac{\text{sh } \gamma_0 x}{\text{sh } \gamma_0 w}, \quad (9.29)$$

где p'_{e0} и p'_{c0} —избыточные концентрации дырок при $x=0$ и $x=w$ соответственно. По аналогии со случаем диода имеем

$$\left. \begin{aligned} p'_{e0} &= p_n \left[-1 + \exp\left(\frac{eV_e}{kT}\right) \right], \\ p'_{c0} &= p_n \left[-1 + \exp\left(\frac{eV_c}{kT}\right) \right] \simeq -p_n. \end{aligned} \right\} \quad (9.30)$$

Последнее приближение справедливо при подаче на коллектор надлежащего смещения. При рассмотрении аналогии с передающей линией необходимо принять, что генератор тока ΔI_x , присоединенный параллельно линии между x и $x + \Delta x$, вызывает следующие токи на короткозамкнутых входе и выходе линии (см. фиг. 8.3, θ):

$$\left. \begin{aligned} \Delta I_1 &= -\Delta I_x \frac{\operatorname{sh} \gamma (w - x)}{\operatorname{sh} \gamma w}, \\ \Delta I_2 &= \Delta I_x \frac{\operatorname{sh} \gamma x}{\operatorname{sh} \gamma w}. \end{aligned} \right\} \quad (9.31)$$

При этом э. д. с. ΔE_x , включенная последовательно в линию между x и $x + \Delta x$, вызывает токи $\Delta I'_1$ и $\Delta I'_2$ на короткозамкнутых входе и выходе (см. фиг. 8.3, z), определяемые выражениями

$$\Delta I'_1 = \frac{\Delta E_x}{Z_0} \frac{\operatorname{ch} \gamma (w - x)}{\operatorname{sh} \gamma w}; \quad \Delta I'_2 = \frac{\Delta E_x}{Z_0} \frac{\operatorname{ch} \gamma x}{\operatorname{sh} \gamma w}. \quad (9.32)$$

Источники шума—флуктуации Δi_{px} и Δp_x на отрезке между x и $x + \Delta x$ —вызывают на входе и на выходе токи

$$\Delta i_1 = -\Delta i_{px} \frac{\operatorname{sh} \gamma (w - x)}{\operatorname{sh} \gamma w} + \frac{\Delta p_x}{Z_0} \frac{\operatorname{ch} \gamma (w - x)}{\operatorname{sh} \gamma w}, \quad (9.33)$$

$$\Delta i_2 = \Delta i_{px} \frac{\operatorname{sh} \gamma x}{\operatorname{sh} \gamma w} + \frac{\Delta p_x}{Z_0} \frac{\operatorname{ch} \gamma x}{\operatorname{sh} \gamma w}. \quad (9.34)$$

Следовательно, поскольку отрезки Δx независимы, имеем

$$\overline{i_1^2} = \sum \overline{\Delta i_1^2}; \quad \overline{i_2^2} = \sum \overline{\Delta i_2^2}; \quad \overline{i_1^* i_2} = \sum \overline{\Delta i_1^* \Delta i_2}, \quad (9.35)$$

где суммирование производится по всем отрезкам Δx . Далее следует, во-первых, учесть, что Δp_x и Δi_{px} некоррелированы, а во-вторых, подставить значения для $\overline{\Delta i_{px}^2}$ и $\overline{\Delta p_x^2}$ и заменить суммирование интегрированием. После того как эмиттерный ток I_e и коллекторный ток I_c будут выражены через p'_{e0} и p'_{c0} и будут получены выражения для коэффициента усиления тока на высоких частотах α , полной эмиттерной проводимости Y_e и прямой передаточной

полной проводимости Y_{ce} плоскостного транзистора, можно показать, что $\overline{i_1^2}$, $\overline{i_2^2}$ и $\overline{i_1^* i_2}$ определяются, как и раньше, выражениями (9.17), (9.18) и (9.21).

При использовании этой модели можно определить также некоторые величины, которые не были найдены при корпускулярном методе; например, в принятой одномерной модели величины I_{ee} , I_{cc} и α_0 определяются выражениями

$$I_{ee} = I_{cc} = \frac{P_n}{Z_{00} \operatorname{th} \gamma_0 \omega} (1 - \alpha_0); \quad \alpha_0 = \frac{1}{\operatorname{ch} \gamma_0 \omega}. \quad (9.36)$$

Полная проводимость эмиттерного перехода для переменного тока Y_e содержит составляющую $j\omega C_{Te}$, создаваемую емкостью C_{Te} эмиттерной переходной области, и составляющую Y'_e , создаваемую диффузией дырок через эмиттерный переход. Расчеты показывают, что

$$Y_e = Y'_e + j\omega C_{Te} = G_{e0} (1 + j\omega \tau_p)^{1/2} \frac{\operatorname{th} \gamma_0 \omega}{\operatorname{th} \gamma \omega} + j\omega C_{Te} = G_e + jB_e \quad (9.37)$$

и

$$Y_{ce} = \alpha Y_e = \frac{Y'_e}{\operatorname{ch} \gamma \omega}, \quad (9.38)$$

так что

$$\alpha = \frac{Y_e - j\omega C_{Te}}{Y_e \operatorname{ch} \gamma \omega} \simeq \frac{\alpha_0}{1 + jf/f_0}, \quad (9.38a)$$

где f_0 — критическая частота; на низких частотах α обращается в α_0 . Если C_{Te} создает пренебрежимо малый вклад в Y_e , то

$$\alpha = \frac{1}{\operatorname{ch} \gamma \omega} = \frac{\alpha_0}{1 + jf/f_0}, \quad (9.38б)$$

где частота f_0 практически не зависит от тока эмиттера.

У транзисторов с очень тонкой базой влияние емкости C_{Te} на α весьма существенно. В предельном случае $Y_e \simeq G_{e0} + j\omega C_{Te}$; тогда критическая частота определяется из условия $G_{e0} = \omega C_{Te}$ и быстро понижается с уменьше-

нием тока эмиттера. Поэтому, чтобы получить хорошую аппроксимацию, следует учитывать влияние емкости C_{Te} на критическую частоту коэффициента усиления тока α .

Трехмерная модель

Коллективный метод нетрудно распространить на трехмерную модель. Если ток создается в основном дырками, то можно использовать соотношения (8.31) — (8.34), поскольку лежащие в их основе соображения остаются справедливыми и в данном случае.

Задача легко решается для низких частот при условии, что вся рекомбинация является поверхностной, причем в этом случае интегрирование следует вести по поверхности области базы. При использовании тех же обозначений, какие приняты на стр. 148—150, получаем, что ток базы, создаваемый дырками, рекомбинирующими на поверхности, равен $I_e - I_c + I_{ee} + I_{cc}$, а ток базы, создаваемый дырками, образующимися на поверхности, равен $I_{ee} + I_{cc}$. Поскольку всем элементарным составляющим этих токов присущ полный дробовой шум, такой же шум присущ и самим токам. Подставляя $I_b = I_e - I_c$, где I_b — полный ток базы, получим

$$\overline{i_b^2} = 2eI_b\Delta f + 4e(I_{ee} + I_{cc})\Delta f. \quad (9.39)$$

Влияние дырок групп 2, 4, 5 было учтено на стр. 168 для всех частот. Однако на высоких частотах дырки групп 1 и 3 тоже влияют на $\overline{i_b^2}$, так что для высоких частот выражение (9.39) оказывается неверным.

Таким образом, коллективный метод решения трехмерной задачи придает более твердую основу корпускулярному методу и позволяет их объединить. Выражения (9.17), (9.18) и (9.21) действительно приводят к формуле (9.39), как это видно из изложенного на стр. 167—168, поскольку (9.14) совпадает с (9.39). Следовательно, коллективный метод решения трехмерной задачи дает вместе с тем строгое обоснование эквивалентной схемы Джаколетто (см. фиг. 9.2, в).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ПРОВЕРКА ТЕОРИИ

Справедливость теории дробового шума может быть установлена путем экспериментальной проверки эквивалентной схемы, изображенной на фиг. 9.2, *з*, т. е. путем определения $\overline{i^2}$, $\overline{e_e^2}$ и взаимной корреляции $\overline{e_e^* i}$. Обширные исследования были выполнены Нильсоном [12], Гуггенбюлем и Страттом [7, 13, 16], Хансеном и Ван-дер-Зилом [17, 18] и др. [8, 19—21].

Как показано на стр. 14—15, шум любого транзистора всегда можно представить эквивалентной э. д. с. e_e , включенной последовательно с эмиттерным переходом, и генератором тока i , присоединенным параллельно коллекторному переходу; в общем случае e_e и i могут быть частично коррелированы, как это имело место в эквивалентных схемах, изображенных на фиг. 9.2, *б*, *г*, *е*, с тем лишь отличием, что тепловой шум сопротивления базы в них учитывается отдельно.

Следуя Хансену и Ван-дер-Зилу [18], будем исходить из произвольных значений e_e и i и введем четыре шумовых параметра: шумовую проводимость g_{sl} , шумовое сопротивление R_{sl} и корреляционное полное сопротивление $Z_{sc} = R_{sc} + jX_{sc}$. Эти параметры определяются следующим образом. Прежде всего, э. д. с. e_e разделяется на составляющую e_e' , некоррелированную с i , и на составляющую e_e' , полностью коррелированную с i . Тогда

$$\frac{\overline{i^2}}{|\alpha|^2} = 4kTg_{sl}\Delta f, \quad (9.40)$$

$$Z_{sc} = R_{sc} + jX_{sc} = \frac{\overline{ae_e'}}{i} = \frac{\overline{ae_e' i^*}}{ii^*} = \frac{\overline{ae_e' i^*}}{\overline{i^2}}, \quad (9.41)$$

$$\begin{aligned} \overline{e_e'^2} &= 4kTR_{sl}\Delta f = \overline{e_e^2} - \overline{e_e'^2} = \\ &= \overline{e_e^2} - \frac{\overline{i^2} |Z_{sc}|^2}{|\alpha|^2} = \frac{\overline{e_e^2 i^2} - (\overline{e_e^* i})^2}{\overline{i^2}}. \end{aligned} \quad (9.42)$$

Пренебрегая сначала модуляционными эффектами и учитывая (9.24), получим

$$g_{sl} = \frac{e}{2kT} \frac{(\alpha_0 - |\alpha|^2) I_e + (I_c)_{\text{нас.}}}{|\alpha|^2}. \quad (9.43)$$

Подставляя $\alpha = \alpha_0 / (1 + jf/f_0)$, где f_0 — критическая частота, это выражение можно переписать в виде

$$g_{sl} = \frac{e}{2kT} \frac{[\alpha_0 I_e + (I_c)_{\text{нас.}}] (1 + f^2/f_0^2) - \alpha_0^2 I_e}{\alpha_0^2}, \quad (9.43a)$$

откуда следует, что g_{sl} увеличивается в два раза на частоте $f = f_0 \sqrt{1 - \alpha_0}$ и быстро возрастает при дальнейшем повышении частоты ($f > f_0 \sqrt{1 - \alpha_0}$). Далее имеем

$$Z_{sc} = \frac{1}{2g_{sl}} \left[-1 + \frac{(G_{e0} - G_{e00}) G_e}{G_e^2 + B_e^2} - \frac{j(G_{e0} - G_{e00}) B_e}{G_e^2 + B_e^2} \right], \quad (9.44)$$

$$R_{sl} = \frac{G_e}{G_e^2 + B_e^2} - \frac{1}{2} \frac{(G_{e0} - G_{e00})}{G_e^2 + B_e^2} - \\ - \frac{1}{4g_{sl}} \left[1 + \frac{(G_{e0} - G_{e00})}{G_e^2 + B_e^2} - \frac{2(G_{e0} - G_{e00}) G_e}{G_e^2 + B_e^2} \right]. \quad (9.45)$$

Если $I_e \gg I_{ee}$, то член G_{e00} можно опустить.

Теперь определим эквивалентное шумовое сопротивление $R_{\text{ш}}$ схемы; для упрощения выкладок примем, что цепь коллектора разомкнута и что шумовое напряжение на Z_c велико по сравнению с шумовым напряжением на базе. Тогда (см. фиг. 9.2, e)

$$4kTR_{\text{ш}}\Delta f = 4kTR_s\Delta f + 4kTR_{b'b}\Delta f + \overline{\left| e_e + \frac{iZ_{\text{обш.}}}{\alpha} \right|^2}, \quad (9.46)$$

где

$$Z_{\text{обш.}} = Z_s + Z_e + r_{b'b}. \quad (9.46a)$$

Подстановка выражений (9.40)–(9.42) дает

$$R_{\text{ш}} = R_s + R_{sl} + r_{b'b} + g_{sl} |Z_s + Z_e + Z_{sc} + r_{b'b}|^2. \quad (9.47)$$

Если рассматривать эту величину как функцию от $Z_s = R_s + jX_s$ и обозначить $Z_e = R_e + jX_e$ и $Z_{sc} = R_{sc} + jX_{sc}$,

то можно видеть, что $R_{ш}$ как функция от X_s имеет минимум при

$$X_s + X_e + X_{sc} = 0. \quad (9.48)$$

Зная X_e , можно определить корреляционную реактивность X_{sc} , что позволяет затем найти минимальное значение $R_{ш}$:

$$R_{ш} = R_s + R_{sl} + r_{b'b} + g_{sl}(R_s + R_e + R_{sc} + r_{b'b})^2. \quad (9.49)$$

Хансен и Ван-дер-Зил попытались определить остальные величины на основе измерений коэффициента шума; поскольку коэффициент шума $F = R_{ш}/R_s$, то

$$F = \frac{R_{ш}}{R_s} = A + \frac{B}{R_s} + CR_s. \quad (9.50)$$

Сопоставляя выражения (9.50) и (9.49), получим

$$\left. \begin{aligned} A &= 1 + 2g_{sl}(R_e + r_{b'b} + R_{sc}), \\ B &= r_{b'b} + R_{sl} + g_{sl}(R_e + r_{b'b} + R_{sc})^2, \\ C &= g_{sl}. \end{aligned} \right\} \quad (9.50a)$$

Определив по измерениям F значения A , B и C , как функции от R_s , можно получить следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} R_e + r_{b'b} + R_{sc} &= \frac{A-1}{2C}, \\ r_{b'b} + R_{sl} &= \frac{4BC - (A-1)^2}{4C}, \\ g_{sl} &= C. \end{aligned} \right\} \quad (9.50б)$$

К сожалению, часто оказывается, что величина $A-1$ мала и (или) что $4BC$ и $(A-1)^2$ различаются незначительно, вследствие чего величины $R_e + r_{b'b} + R_{sc}$ и $r_{b'b} + R_{sl}$ определяются лишь приблизительно, так что значения R_{sl} и R_{sc} тоже не удастся вычислить достаточно точно.

Теоретически величина R_{sc} равна нулю на низких частотах и имеет максимум в области высоких частот. Величина X_{sc} должна иметь довольно тупой, имеющий за-

метную величину максимум около частоты $f \simeq f_0 \sqrt{1 - \alpha_0}$, так что настройка на минимум коэффициента шума может привести к существенному его улучшению. Наконец, R_{sl} должно быть порядка $1/2 R_e$ на низких частотах и быстро убывать с ростом частоты [22].

Хансен и Ван-дер-Зил нашли, что экспериментальные значения g_{sl} хорошо согласуются с теоретическими предсказаниями. У большинства транзисторов экспериментальные значения R_{sl} и R_{sc} совпадали с теоретическими значениями с точностью до ошибок эксперимента, которые были, однако, довольно большими. У некоторых транзисторов с малыми значениями α_0 величина R_{sc} заметно отличалась от нуля, что, вероятно, можно приписать влиянию модуляции базы. Эти эксперименты показали также, что соответствующая настройка реактивности источника сигнала X_s давала лишь небольшие улучшения коэффициента шума. Ченнетт [19] обнаружил такое влияние реактивности X_s при слабых токах, что грубо совпадало с теоретическими предсказаниями; при высоких уровнях токов улучшение было несущественным, что совпадало с результатами Хансена и Ван-дер-Зила.

Нильсен [12] обнаружил, что экспериментальные данные хорошо совпадали с теоретическими, если пренебречь корреляцией (т. е. при допущении $Z_{sc} = 0$) и допустить, что на всех частотах $R_{sl} \simeq 1/2 R_{e0}$. Он же указал, как можно использовать выводы теории для построения слабошумящих схем с транзисторами. Здесь следует отметить, что Нильсен мог пренебрегать влиянием корреляции, поскольку исследования Ченнетта показали, что обычно регулировка X_s не приводит к существенному улучшению коэффициента шума; более того, при расчете A и B величину R_{sc} можно опускать, если R_{sc} мало по сравнению с $R_e + r_{b'b}$. Это особенно верно для низких частот, где члены $2g_{sl}(R_e + r_{b'b} + R_{sc})$ и $g_{sl}(R_e + r_{b'b} + R_{sc})^2$ часто бывают очень малы; даже на высоких частотах, где эти два члена более значительны, исключение R_{sc} из уравнений не приведет к большим ошибкам. Наконец, при $R_{sl} < r_{b'b}$ не имеет большого значения, будет ли учтено, что R_{sl} равно $1/2 R_{e0}$ или меньшей величине. Для

получения надежной информации о значениях R_{sc} и R_{sl} требуются точные измерения величин A , B и C .

Величину B можно измерить, имея в виду, что B соответствует шумовому сопротивлению $R_{ш0}$ при нулевом сопротивлении источника сигнала R_s .

Величина C связана с входным эквивалентным током насыщенного диода $I_{ш}$ при больших сопротивлениях источника сигнала R_s . Если ток эквивалентного насыщенного диода на входе $I_{ш}$ определяется при помощи соотношения: $\overline{i_{ш}^2} = 2eI_{ш}\Delta f$ ($i_{ш}$ — ток эквивалентного генератора шума, включенного параллельно R_s), то очевидно

$$\overline{i_{ш}^2} = 2eI_{ш}\Delta f = F \times 4kT \frac{\Delta f}{R_s}$$

(здесь принято $Z_s = R_s$) или

$$I_{ш} = \frac{2kT}{e} \left(\frac{A}{R_s} + \frac{B}{R_s^2} + C \right). \quad (9.51)$$

При больших значениях R_s ток $I_{ш} = I_{ш\infty}$ независимо от R_s или

$$I_{ш\infty} = \frac{2kT}{e} C, \text{ или } C = \frac{e}{2kT} I_{ш\infty}. \quad (9.52)$$

Величина $(A-1)$ может быть определена по минимальному коэффициенту шума F_{\min} . Согласно (9.50), минимальный коэффициент шума достигается при $R_s = \sqrt{B/C}$ и равен

$$F = F_{\min} = A + 2\sqrt{BC},$$

или

$$A - 1 = F_{\min} - 1 - 2\sqrt{BC}. \quad (9.53)$$

Таким образом, точность определения величины $(A-1)$ зависит от разности между F_{\min} и $(1 + 2\sqrt{BC})$.

Как указано выше, измерение шумовой проводимости g_{sl} позволяет проверить справедливость выражения (9.43). С большой точностью его можно также проверить путем включения большого сопротивления после-

довательно с эмиттером (разомкнутый вход) и определения соответствующего выходного эквивалентного тока $I_{\text{экр.}}$ насыщенного диода. Для этого шумовой диод подключается параллельно выходу схемы и определяется ток диода, при котором мощность шума на выходе удваивается. Согласно фиг. 9.2, z ,

$$\bar{i}^2 |Z_c|^2 + 4kTr_{b'b} \Delta f = 2eI_{\text{экр.}} \Delta f |Z_c + r_{b'b}|^2. \quad (9.54)$$

Если частота не очень высока, то можно считать, что $|Z_c|$ велико по сравнению с $r_{b'b}$. Сохраняя в этом случае только член, содержащий Z_c^2 , получим

$$\bar{i}^2 = 2eI_{\text{экр.}} \Delta f \quad (9.55)$$

или, подставляя (9.43),

$$I_{\text{экр.}} = (\alpha_0 - |\alpha|^2) I_e + (I_c)_{\text{нас.}}. \quad (9.56)$$

Если ток $(I_c)_{\text{нас.}}$ очень мал, то отсюда следует, что ток $I_{\text{экр.}}$ равен $(1 - \alpha_0) I_e$ при малых частотах, практически удваивается при $f = f_0 \sqrt{1 - \alpha_0}$, становится равным $1/2 I_c$ на критической частоте f_0 величины α и, наконец, достигает величины I_c в области более высоких частот. Если ток I_e очень мал, то $I_{\text{экр.}}$ должен быть равен $(I_c)_{\text{нас.}}$ на всех частотах. Эти предсказания теории были подтверждены измерениями Хансена и Ван-дер-Зила [17, 18, 23], результаты которых показали, что измерение $I_{\text{экр.}}$ в зависимости от частоты можно использовать для определения критической частоты f_0 в выражении для коэффициента α .

Следует отметить, что величины $I_{\text{экр.}}$ и $I_{\text{ш}}$ тесно связаны между собой, поскольку ¹⁾

$$g_{sl} = C = \frac{e}{2kT} I_{\text{ш} \infty} = \frac{e}{2kT} \frac{I_{\text{экр.}}}{|\alpha|^2}, \quad (9.57)$$

$$I_{\text{экр.}} = I_{\text{ш} \infty} |\alpha|^2. \quad (9.58)$$

¹⁾ Это значит, что совместные измерения $I_{\text{ш}}$ и $I_{\text{экр.}}$ позволяют определить величину $|\alpha|^2$ при данных условиях работы схемы, что может оказаться иногда полезным.

Хансен и Ван-дер-Зил обнаружили, что на относительно низких частотах соотношение между экспериментальными значениями g_{sl} и $I_{\text{экв.}}$ хорошо совпадало с предсказаниями теории, однако на высоких частотах некоторые экспериментальные значения $I_{\text{экв.}}$ не соответствовали этим предсказаниям. Например, некоторые транзисторы имели $I_{\text{экв.}} < I_c$ при сильных токах и $I_{\text{экв.}} > I_c$ при слабых токах на таких частотах, где следовало ожидать соотношения $\bar{i}^2 = 2eI_c\Delta f$. Это можно объяснить тем, что значение модуля $|Z_c|$ стало невелико по сравнению с $r_{b'b}$; вычисление \bar{i}^2 по выражению (9.54) и использование экспериментальных значений $I_{\text{экв.}}$ приводит к $\bar{i}^2 \simeq 2eI_c\Delta f$ даже в этом случае. Таким образом, указанное частичное расхождение между теорией и экспериментом вызывается тем, что выходные зажимы присоединены к Z_c не непосредственно, а через сопротивление базы $r_{b'b}$, с которыми связаны шумы.

Теоретические выражения и экспериментальные результаты показывают, что частотная зависимость коэффициента шума F определяется в основном частотной зависимостью шумовой проводимости g_{sl} . Поэтому для получения малых коэффициентов шума на высоких частотах необходимо использовать транзисторы с высокой критической частотой коэффициента α .

Гуггенбюль и Стратт [7] получили также хорошее совпадение теории и эксперимента. В их работе приведено выражение для коэффициента шума F через \bar{i}_1^2 , \bar{i}_2^2 и $\bar{i}_1^* \bar{i}_2$:

$$F = \frac{e}{2kTR_s} \left(\frac{I_c}{|\alpha|^2} |Z_s + r_{b'b} + Z_e|^2 - I_e |Z_s + r_{b'b}|^2 \right). \quad (9.59)$$

Ценность этого выражения состоит в том, что оно характеризует шумы через макроскопические параметры транзистора и учитывает корреляцию между e_e и i ; формула (9.59) дает такие же результаты, как и приведенные выше расчеты.

Гуггенбюль и Стратт указали на сильное увеличение коэффициента шума с повышением частоты и пришли к выводу, что при постоянном сопротивлении источника

сигнала R_s необходимо работать при очень малых значениях тока I_e , для того чтобы получить минимальное значение коэффициента шума на высоких частотах. По крайней мере основную часть их результатов¹⁾ можно объяснить частотной зависимостью g_{sl} и тем, что при уменьшении I_e величина g_{sl} убывает, тогда как R_e и R_{sl} возрастают. Поэтому минимум коэффициента шума достигается при таком значении I_e , при котором дальнейшее уменьшение F вследствие изменений g_{sl} начинает возмещаться возрастанием F вследствие изменений R_e и R_{sl} .

В рассмотренном Гуггенбюлем и Страттом случае важно было работать при слабых токах эмиттера; Хансен [23] сообщил о некоторых случаях, когда емкостная обратная связь между эмиттером и коллектором приводила к существенному уменьшению результирующего коэффициента усиления тока прибора²⁾. Это проявлялось в значительном возрастании коэффициента шума, который можно было бы заметно снизить, увеличивая ток эмиттера.

Аналогичные условия имеют место в дрейфовых транзисторах. У них критическая частота величины α возрастает при увеличении тока эмиттера, поэтому при использовании дрейфовых транзисторов на высоких частотах ток эмиттера не должен быть очень слабым.

Обращаясь снова к вопросу о модуляционных эффектах, определим величины g_{sl} , R_{sl} и Z_{sc} , как указано выше. Величина g_{sl} , наиболее сильно влияющая на коэффициент шума, остается при этом неизменной, а две другие величины, R_{sl} и Z_{sc} , изменяются не очень сильно; отсюда следует, что эффект модуляции базы слабо влияет на коэффициент шума и что такое влияние можно наблюдать только при точных измерениях.

1) Гуггенбюль и Стратт утверждают, что частотная зависимость g_{sl} не может полностью объяснить экспериментальные результаты при высоких уровнях инжекции. Из изложенного в гл. 8 (стр. 134) следует, что при высоких уровнях инжекции расхождение теории и эксперимента вполне возможно, однако никакой другой количественной теории в настоящее время не существует.

2) По этой причине важно экранировать вход и выход транзисторных усилителей высокой частоты.

Чтобы показать это, заметим, что выражения для A и C остаются такими же, как и раньше, однако, поскольку сопротивление базы для постоянного тока $R_{b'b}$ обладает тепловым шумом, вместо уравнения (9.50а) получим

$$B = R_{b'b} + R_{sl} + g_{sl}(R_e + r_{b'b} + R_{sc})^2. \quad (9.60)$$

Теперь оценим влияние модуляции базы на эту величину в области относительно низких частот. Примем сначала, что можно пренебречь величиной e_b ; тогда $e_e'' = i_1(R_{e0} + R_{mb})$ или

$$R_{sl} = \frac{\bar{i}^2 (R_{e0} + R_{mb})^2}{4kT\Delta f} = \frac{1}{2} R_{e0} \left(\frac{R_{e0} + R_{mb}}{R_{e0}} \right)^2. \quad (9.61)$$

Подставляя это в выражение для B и учитывая соотношение $R_{b'b} + R_{mb} = r_{b'b}$, получим

$$B = R_{ш0} = \frac{1}{2} R_{e0} + r_{b'b} + \frac{1}{2} \frac{R_{mb}^2}{R_{e0}} + g_{sl}(R_{e0} + r_{b'b} + R_{sc})^2. \quad (9.60a)$$

При отсутствии модуляции базы величина B будет равна

$$B = R_{ш0} = \frac{1}{2} R_{e0} + r_{b'b} + g_{sl}(R_{e0} + r_{b'b} + R_{sc})^2, \quad (9.60б)$$

так как $R_{sl} = \frac{1}{2} R_{e0}$. Значения R_{sc} могут быть в этих двух случаях слегка различны, однако, поскольку последние члены выражений (9.60а) и (9.60б) малы по сравнению с остальными членами, это не имеет существенного значения. Два значения B различаются главным образом на величину $\frac{1}{2} (R_{mb}^2/R_{e0})$, которая должна быть ощутимой в случае транзисторов с большим сопротивлением базы для постоянного тока $R_{b'b}$ и при сильных токах эмиттера (когда R_{e0} мало). Коффи, по-видимому, получил экспериментальное подтверждение того факта, что измеренное шумовое сопротивление $R_{ш0}$ при нулевом сопротивлении источника сигнала несколько больше, чем определяемое по формуле (9.60б)¹⁾. Если не пренебрегать величиной e_b ,

1) Коффи и (частное сообщение).

то различие между выражениями (9.60а) и (9.60б) может быть больше или меньше в зависимости от корреляции между i_1 и e_b , однако нельзя ожидать, что этот эффект будет сильным.

Рассмотрим теперь влияние модуляции базы на корреляционное активное сопротивление R_{sc} при относительно низких частотах; при этом необходимо учитывать э. д. с. e_b , так как в противном случае корреляционное активное сопротивление обращается в нуль. Действительно, согласно (9.1), (9.2) и (9.8), $\overline{i_1 i^*} = 0$ при $I_{ee} \ll I_e$, поэтому

$$R_{sc} = \alpha_0 \frac{\overline{e_e i^*}}{\overline{i^2}} = \alpha_0 (R_{e0} + R_{mb}) \frac{\overline{i_1 i^*}}{\overline{i^2}} + \alpha_0 \frac{\overline{e_b i^*}}{\overline{i^2}} = \alpha_0 \frac{\overline{e_b i^*}}{\overline{i^2}}. \quad (9.62)$$

Таким образом, корреляционное активное сопротивление можно измерять на низких частотах только в том случае, если e_b не пренебрежимо мало и если существует заметная корреляция между i и e_b ¹⁾. Хансен и Ван-дер-Зил экспериментально обнаружили корреляционное активное сопротивление у транзисторов с низким значением α_0 (и соответственно с большим током базы). Это и есть то условие, при котором рассматриваемый эффект проявляется достаточно сильно.

Из сказанного можно сделать вывод, что изложенная выше теория достаточно верна при комнатной температуре и не очень высоких уровнях инжекции и может быть использована для конструирования слабошумящих транзисторных схем. Однако желательны дальнейшие более точные экспериментальные подтверждения теории и исследования возможных отклонений от нее. В литературе имеются указания на отклонения от этой теории при температуре жидкого азота [24], при высоких уровнях инжекции [7, 8] и в тех случаях, когда становится существенной роль ловушек [7]. Особенно важным является случай высокого уровня инжекции, так как разработка транзисторов для все более высоких частот заставляет работать при все более высоких плотностях тока эмиттера. Наконец, требуется также более подробное выяснение практического значения эффекта модуляции базы.

¹⁾ Как показано на стр. 174, такая сильная корреляция между e_b и i вполне возможна,

ЛИТЕРАТУРА

1. Ван-дер-Зил А., *Радиотехника и электроника за рубежом*, № 1 и 2 (1959); Van der Ziel A., *Proc. IRE*, **46**, 1019 (1958).
2. Эрли, *Радиотехника и электроника за рубежом*, № 2, 105—116 (1955); Early J. M., *Proc. IRE*, **40**, 1401 (1952).
3. Montgomery H. C., Clark M. A., *J. appl. Phys.*, **24**, 1337 (1952).
4. Van der Ziel A., там же, **25**, 815 (1954).
5. Giacoletto L. J., in «Transistors I», New Jersey; R. C. A. Laboratories, 1956.
6. Van der Ziel A., Becking A. G. T., *Proc. IRE*, **46**, 589 (1958).
7. Гуггенбюль, Стратт, *Вопросы радиолокационной техники*, № 2 (44), (1958); Guggenbuehl W., Strutt M. J. O., *Proc. IRE*, **45**, 839 (1957).
8. Schneider B., Strutt M. J. O., там же, **47**, 546 (1959).
9. Sah C. T., Noyce R. N., Shockley W., там же, **45**, 1228 (1957).
10. Fonger W. H., in «Transistors I», New Jersey; R. C. A. Laboratories, 1956.
11. Van der Ziel A., *Proc. IRE*, **43**, 1639 (1955); **45**, 1011 (1957).
12. Nielsen E. G., там же, **45**, 957 (1957).
13. Guggenbuehl W., Strutt M. J. O., *Arch. elektr. Übertr.*, **9**, 259 (1955).
14. Guggenbuehl W., Strutt M. J. O., *Nachr. tech. Fachber.*, **5**, 30 (1956).
15. Guggenbuehl W., Schneider B., Strutt M. J. O., там же, **5**, 34 (1956).
16. Guggenbuehl W., Strutt M. J. O., *Electr. Radio Engr.*, **34**, 258 (1957).
17. Hanson G. H., *J. appl. Phys.*, **26**, 1338 (1955).
18. Hanson G. H., van der Ziel A., *Proc. IRE*, **45**, 1538 (1957).
19. Chenette E. R., там же, **47**, 448 (1959).
20. Schubert J., *Arch. elektr. Übertr.*, **11**, 331, 379, 416, (1957).
21. Wilson B. L. H., *J. Brit. IRE*, **18**, 207 (1958).
22. Coffey W. N., *Proc. IRE*, **46**, 495 (1958).
23. Hanson G. H., An Experimental Investigation of Noise in Transistors, Ph. D. Thesis, University of Minnesota, 1957.
24. Lee C. A., Kaminsky G., *Bull. Amer. phys. Soc.*, **3**, 12 (1958).

ФЛИККЕР-ШУМ В ДИОДАХ И ТРАНЗИСТОРАХ

Основной особенностью фликкер-шума является спектр типа $1/f$; его причины до сих пор не вполне ясны, несмотря на то что этому вопросу посвящен целый ряд работ. Фонгер [1, 26] открыл наличие нескольких источников шума и определил их правильное положение в эквивалентной схеме, что позволяет оценивать их влияние при проектировании схем. В дальнейшем излагается его теория с некоторыми незначительными изменениями.

ОБЩИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ФЛИККЕР-ШУМА

Согласно Фонгеру, в диодах и транзисторах существует два вида фликкер-шума, причем они оба имеют спектр, сосредоточенный в области низких частот: это поверхностный шум и шум утечки.

Остановимся сначала на поверхностном шуме. Известно, что на поверхности полупроводника существует два типа энергетических уровней: «медленные» состояния и «быстрые» состояния; первые действуют главным образом как ловушки для основных носителей, а вторые — как центры рекомбинации для неосновных носителей¹⁾. Флуктуирующее заполнение медленных состояний модулирует как удельную проводимость, так и поперечное сечение захвата центров рекомбинации. Первое явление служит причиной фликкер-шума, возникающего в объеме мате-

¹⁾ См. гл. 5, стр. 84 — 90.

риала, а второе—создает модуляцию скорости поверхностной рекомбинации s , что в свою очередь оказывается причиной поверхностного шума диодов и транзисторов.

Флуктуирующий ток неосновных носителей, исчезающих на поверхности, приводит к тому, что через переход (или через переходы) протекает флуктуирующий ток i , кроме того, модулирует последовательное сопротивление перехода (или переходов).

Поверхностный шум очень чувствителен к состоянию окружающей атмосферы; так, он оказывается очень сильным при влажной атмосфере [2], но может быть значительно ослаблен путем соответствующей обработки поверхности. Он быстро усиливается с увеличением тока и наиболее заметен у переходов, имеющих прямое смещение.

Утечка создается тонкой проводящей пленкой, шунтирующей переход; она образуется по периметру перехода и обуславливает проводимость утечки для постоянного тока g_L , которая быстро возрастает при увеличении смещения. Спонтанные флуктуации проводимости g_L создают шум утечки, который также сильно зависит от состояния окружающей атмосферы. Надлежащая обработка поверхности позволяет ослабить его до такой величины, которую можно не учитывать при напряжениях смещения, не превышающих нескольких вольт. По этой причине шум утечки обычно бывает пренебрежимо мал при прямых смещениях, но может оказаться очень существенным при больших обратных смещениях.

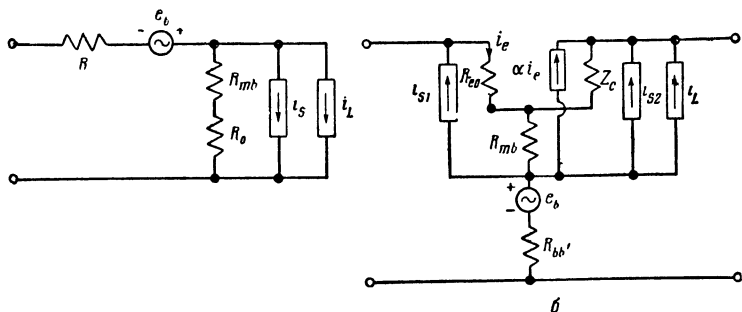
Другие исследования, главным образом посвященные диодам с обратным смещением, были выполнены Кеннеди [3] и Мак-Уэртером [4, 5]; их результаты в основном согласуются с выводами Фонгера. Мак-Уэртер ввел различие между фликкер-шумом и шумом каналов; при этом «каналом» называется поверхностный слой, тип проводимости которого обратен типу проводимости объема материала. Каналы, возникающие в диодах с обратным смещением, создают избыточный обратный ток и значительно усиливают шумы¹⁾.

1) См. стр. 198—199.

ФЛИККЕР-ШУМ В ПЛОСКОСТНЫХ ДИОДАХ

Поверхностный шум

Согласно теории Фонгера, поверхностный шум вызывает промодулированный фликкер-шумом ток, который исчезает на поверхности и в свою очередь вызывает про-



Фиг. 10.1. Эквивалентная схема для фликкер-шума.
а — в диоде; б — в транзисторе.

текание через переход флуктуирующего тока i_s ; эти процессы можно представить генератором тока i_s , присоединенным параллельно переходу (фиг. 10.1, а). В случае p — n -перехода, у которого весь ток создается дырками, вся рекомбинация является поверхностной, а скорость s одинакова для всех элементов поверхности; постоянный ток через переход равняется поверхностному току, создаваемому дырочной рекомбинацией на поверхности.

Поверхностный фликкер-шум вызывается флуктуациями δs скорости поверхностной рекомбинации s . Так как весь ток создается дырками, плотность тока J , исчезающего на поверхности, равна

$$J = ep's. \quad (10.1)$$

Ток перехода I равняется полному поверхностному току

$$I = \int J dA, \quad (10.1a)$$

где интегрирование производится по всем элементам поверхности, на которых имеет место рекомбинация. Флуктуации δJ плотности тока, следовательно, определяются выражением

$$\delta J = ep' \delta s = \frac{J}{s} \delta s, \text{ или } S_J(f) = \frac{J^2}{s^2} S_s(f), \quad (10.2)$$

где $S_J(f)$ и $S_s(f)$ — спектральные плотности флуктуаций δJ и δs . Поскольку флуктуации на отдельных элементах поверхности независимы, получим

$$\overline{i_s^2} = \int \frac{J^2}{s^2} S_s(f) dA \Delta f. \quad (10.3)$$

Спектральная плотность $S_s(f)$ является функцией частоты f , плотности тока J и скорости поверхностной рекомбинации s . Поскольку рассматриваемый шум является шумом типа $1/f$, имеем

$$S_s(f) = \frac{C J^\alpha s^\beta}{f^\gamma}, \quad (10.3a)$$

где α и β могут быть медленными функциями плотности тока J , а γ близко к единице ¹⁾. Подстановка (10.3a) в выражение (10.3) дает

$$\overline{i_s^2} = \frac{C s^{\beta-2}}{f^\gamma} \Delta f \int J^{2+\alpha} dA. \quad (10.4)$$

При $\alpha = -1$ это выражение принимает вид

$$\overline{i_s^2} = \frac{C s^{\beta-2} I \Delta f}{f^\gamma}. \quad (10.4a)$$

На многих образцах было экспериментально подтверждено, что величина $\overline{i_s^2}$ действительно пропорциональна

¹⁾ Здесь мы отходим от представлений Фонгера, который предполагает функцию $S_s(f)$ не зависящей от элемента поверхности и поэтому выносит ее за знак интеграла; возможная зависимость $S_s(f)$ от тока учитывается им позже.

току I . Рассмотрим, например, плоскостной $p-n$ -фотоэлемент в режиме холостого хода. В этом устройстве фото-э. д. с. создает на переходе прямое смещение такой величины, при которой прямой ток точно компенсирует фототок I . Джианола [6] исследовал кремниевые фотоэлектрические элементы и обнаружил у них в области низких частот фликкер-шум; причем среднеквадратичное значение $\overline{e^2}$ шумовой э. д. с. (при холостом ходе) было пропорционально фототоку I при малых значениях I и обратно пропорционально при больших значениях I ¹⁾. Этот результат становится понятным, если ток генератора фликкер-шума i_s имеет среднеквадратичное значение $\overline{i_s^2}$, пропорциональное I . Если R_0 —внутреннее сопротивление элемента, то $\overline{e^2} = \overline{i_s^2} R_0^2$; при малых I сопротивление R_0 не зависит от R и, следовательно, $\overline{e^2}$ в этом случае пропорционально I ; при более высоких значениях I сопротивление R_0 изменяется как $1/I$ (так как $R_0 \simeq kT/eI$) и, следовательно, $\overline{e^2}$ изменяется по закону $1/I$. Ниже показано, что пропорциональность между $\overline{i_s^2}$ и током I имеет место чаще.

Необходимо отметить, что условие $\alpha = -1$, разумеется, не может выполняться при очень слабых токах; в этих случаях следует ожидать, что $S_s(f)$ не зависит от J , так что величина $\overline{i_s^2}$ должна быть приблизительно пропорциональна I^2 . Это соответствует случаю, рассмотренному Фонгером.

Согласно Фонгеру, уменьшение s приводит к уменьшению шума при сохранении полного тока; как видно из выражений (10.4) и (10.4а), это обстоятельство означает, что для большинства образцов $\beta > 2$.

Кроме того, существуют интересные модуляционные явления: последовательное сопротивление перехода сильно зависит от тока и поэтому флуктуации скорости генерации и рекомбинации электронно-дырочных пар на поверхности случайным образом модулируют это сопротивление. Вследствие протекания постоянного тока эта модуляция проявляется в виде шума.

¹⁾ Работа по изучению шумов типа $1/f$ в селеновых фотоэлектрических элементах опубликована Тебулем и Нифонтовым [7].

Флуктуации скорости поверхностной рекомбинации модулируют сопротивление для постоянного тока двумя путями:

1) непосредственно, что отображается источником шумовой э. д. с. e_b , включенным последовательно с R ; e_b должна быть частично коррелирована с i_s ;

2) косвенно, за счет генератора тока i_s . Фонгер отображает этот факт путем введения дополнительной э. д. с. $i_s R_{mb}$ последовательно с R_{mb} . В эквивалентной схеме генератор тока i_s подключается параллельно обоим сопротивлениям перехода R_0 и R_{mb} , как показано на фиг. 10.1, а; такой способ более наглядно показывает, как генератор тока i_s модулирует сопротивление для постоянного тока R .

В той области частот, которая представляет интерес при рассмотрении фликкер-шума, сопротивление R_{mb} отрицательно; поэтому влияние генератора тока i_s исчезает при $R_0 + R_{mb} = 0$. Фонгер обнаружил наличие глубокого минимума низкочастотного шума диода при некотором значении тока I , что согласуется с приведенным выше предсказанием; его результаты показывают также, что влияние шумовой э. д. с. e_b очень мало и им обычно можно пренебречь. Для усиления модуляционного эффекта Фонгер использовал транзисторы с большим сопротивлением базы в диодном включении (эмиттер и коллектор включены параллельно); при этом модуляционный эффект легко поддавался наблюдениям. Соответствие теории и эксперимента было вполне удовлетворительным. Глубокий минимум шума наблюдался при теоретически предсказанной величине тока, и полученные результаты, по-видимому, указывают на то, что в первом приближении шумовую э. д. с. e_b можно не учитывать.

У нормальных диодов это явление выражено значительно слабее и может оказаться, что для его наблюдения потребуются очень большие значения тока диода. Интересно отметить, что Андерсон и Ван-дер-Зил [8] еще раньше обнаружили уменьшение $I_{экр.}$ при возрастании тока в области частот, где преобладает фликкер-шум, однако в своих измерениях они не пользовались достаточно сильными токами, при которых можно было бы наблюдать нарастание $I_{экр.}$ после прохождения минимума.

Шум утечки

Шум утечки, согласно Фонгеру, можно представить генератором тока i_L , однако место включения этого генератора не очевидно. Если шум утечки модулирует сопротивление для постоянного тока R столь же эффективно, как и поверхностный шум, то генератор тока i_L должен быть присоединен параллельно R_0 и модуляционному сопротивлению R_{mb} ; если же шум утечки не создает ощутимой модуляции сопротивления для постоянного тока R , то генератор тока i_L должен быть присоединен параллельно только R_0 . Фонгер сделал попытку выяснить, какой из этих двух возможных случаев имеет место в действительности, путем измерения шумов утечки у транзисторов¹⁾, однако его эксперименты не привели к определенному выводу. Это означает, что практически выбор того или другого из указанных способов включения генератора не имеет большого значения. Фонгер [1] предпочел второй способ включения, что и будет рассмотрено ниже.

Таким образом, полная эквивалентная схема диода имеет вид, представленный на фиг. 10.1. Как указано выше, при прямых смещениях поверхностный шум значительно преобладает над шумом утечки; при этом генератор тока i_L можно не учитывать. Шум утечки удается наблюдать у диодов только при обратном смещении; в этом случае ток i_s очень мал (так как очень мал постоянный ток) и i_L обычно преобладает над i_s . Сопротивление перехода при обратном смещении настолько велико, что влиянием модуляции сопротивления можно пренебречь; в этом случае модуляционное сопротивление R_{mb} можно исключить из эквивалентной схемы, что полностью устраняет неопределенность в способе включения генератора тока i_L .

Измерения Фонгера показали, что шум утечки у германиевых диодов характеризуется следующим эмпирическим соотношением:

$$(I_{\text{э.кв.}})_L = 2 \cdot 10^{12} \frac{I_L^2}{f}, \quad (10.5)$$

¹ См. стр. 200 — 205.

где I_L и $(I_{\text{экр.}})_L$ — в амперах, f — в герцах; здесь $(I_{\text{экр.}})_L$ — ток насыщенного диода, эквивалентного утечке, который определяется из выражения

$$\overline{i_L^2} = 2e (I_{\text{экр.}})_L \Delta f. \quad (10.5a)$$

Поскольку $\overline{i_L^2}$ пропорционально квадрату тока утечки I_L , а I_L быстро возрастает при увеличении обратного смещения, то шум утечки можно существенно ослабить, применяя обратные смещения, близкие к нулю. Его можно также значительно ослабить путем соответствующей обработки поверхности и воздействия на окружающую атмосферу.

Шум утечки может иметь большое значение в области низких частот. Например, согласно гл. 8, выражение для дробового шума при $I \gg I_0$ имеет вид

$$\overline{i^2} = 2eI\Delta f; \quad (10.6)$$

для того чтобы шум утечки оказался пренебрежимо малым по сравнению с дробовым шумом на частоте 1 кГц, ток утечки должен быть меньше нескольких десятых микроампера.

Ток утечки и шум утечки не являются простыми функциями обратного напряжения, а обладают гистерезисом и сложным образом зависят от того, как изменялось обратное смещение перед измерениями. Кроме того, они возрастают с увеличением температуры. Тем не менее формулу (10.5) можно применять как приближенную независимо от температуры или от предшествующих изменений смещения до измерений. Согласно Фонгеру, это выражение характеризует все величины с точностью до плюс—минус одного порядка независимо от рабочего напряжения, ширины перехода или свойств данного конкретного образца.

Наблюдения Пирсона, Монтгомери и Фельдмана [2] над кремниевыми плоскостными p — n -диодами выявили те же основные черты явления: в сухой атмосфере их диод имел обратный ток $2 \cdot 10^{-8} \text{ а}$, при этом шум оставался дробовым при понижении частоты вплоть до 80 Гц; в очень влажной атмосфере обратный ток увеличился до $3 \cdot 10^{-6} \text{ а}$

и наблюдался шум типа $1/f$. На частоте 1000 $гц$ его величина на много порядков превышала величину дробового шума; при промежуточных значениях влажности как обратный ток, так и шумы принимали промежуточные значения, откуда следует, что шум утечки является наиболее вероятной причиной такого избыточного шума. Сопоставление этих результатов с наблюдениями Фонгера показывает, что шумы кремниевого диода оказались на три порядка сильнее шумов германиевого диода, исследованного Фонгером.

Природа шума утечки в сплавных плоскостных диодах неизвестна. Однако столь сильная зависимость этих шумов от обработки поверхности показывает, что утечка имеет место по периметру перехода. Однако она не обязательно связана с канальовыми шумами, наблюдаемыми главным образом в наращенных переходах. Настоящий канал, образовавшийся на поверхности перехода, увеличивает площадь перехода и вследствие этого приводит к возрастанию емкости перехода; однако в образцах Фонгера емкость перехода оставалась однозначной функцией $CV^{-1/2}$, обратного смещения V (что согласуется с обычной теорией) даже в тех случаях, когда использовался гистерезис утечки, приводивший к изменениям токов утечки при данном напряжении на несколько сотен процентов.

Каналовые явления

Каналы в n -области перехода могут создаваться поверхностным окружением, богатым кислородом, тогда как каналы в p -области могут создаваться высокой влажностью; однако, согласно Кристенсену [9], окружающая среда с относительной влажностью 75% создает условия для большой поверхностной утечки без канальных эффектов. Каналы можно обнаружить оптическим путем по реакции перехода на свет. Было найдено, что длина канала пропорциональна обратному напряжению. Это связано с тем, что обратный ток создает различные смещения в разных частях канала, причем у конца канала обратное смещение оказывается наименьшим. Канал увеличивает как действующую площадь перехода (и, следовательно,

обратный ток), так и его периметр (что приводит к возрастанию тока утечки). В результате этих явлений общий обратный ток оказывается пропорциональным длине канала. При этом шумы имеют ту же природу, что и шумы утечки, однако каналовые эффекты можно ослабить путем обработки поверхности.

Фликкер-шум в точечно-контактных диодах аналогичен фликкер-шуму в плоскостных диодах и, вероятно, имеет такую же природу. Результаты ранних исследований изложены в работах Миллера [10] и Торрея и Уайтмера [11]; Бекер [12] и Файрл и Уинстон [13] распространили измерения до области очень низких частот и обнаружили, что шумы имели природу типа $1/f$ при понижении частоты вплоть до $6 \cdot 10^{-6}$ гц. Гайд [14] наблюдал спектр шума типа $\text{const}/(1 + \omega^2\tau^2)$, который превышал шум типа $1/f$ и отмечался в более широкой полосе частот; эти результаты, вероятно, можно объяснить влиянием ловушек.

Шумы типа $1/f$ исследовались также в p — n -переходах, подвергаемых ядерному облучению [15, 16].

ФЛИККЕР-ШУМ В ТРАНЗИСТОРАХ

Поверхностный шум

Заполнение медленных поверхностных состояний в области базы опять проявляется в модуляции скорости поверхностной рекомбинации s , а вместе с тем и полного тока, рекомбинирующего на поверхности области базы. Этот эффект можно представить двумя генераторами тока, i_{s1} и i_{s2} , которые включены соответственно параллельно эмиттерному и коллекторному переходам; токи этих двух генераторов практически полностью коррелированы.

Этот источник шума модулирует также сопротивление базы для постоянного тока $R_{b'b}$ двумя путями: 1) непосредственно, что представляется генератором шумовой э. д. с. e_b ; и 2) косвенно, посредством генераторов токов i_{s1} и i_{s2} . Фонгер отобразил это при помощи двух источников шумовых э. д. с., $i_{s1}R_{mb}$ и $i_{s2}R_{mb}$, однако лучше представить это путем включения генератора тока i_{s1}

параллельно R_{e0} и R_{mb} и генератора тока i_{s2} параллельно Z_c и R_{mb} . Шумовая э. д. с. e_b , разумеется, коррелирована с i_{s1} и i_{s2} , однако ее влияние обычно бывает пренебрежимо малым (см. фиг. 10.1,б).

Шум утечки

Этот шум может быть представлен генератором тока i_L , присоединенным параллельно коллектору. Если для этого шума модуляция сопротивления базы является важным фактом, то генератор тока i_L должен быть присоединен параллельно Z_c и R_{mb} ; если же этот эффект не имеет значения, то указанный генератор должен быть включен параллельно только Z_c . Фонгер избрал первый вариант. У лучших образцов транзисторов шум утечки пренебрежимо мал при $|V_c| < 10$ в. Шумы можно еще более ослабить надлежащей обработкой поверхности.

Волькерс и Педерсен [17], обнаружившие свойства транзисторов создавать слабые шумы в схемах с низким сопротивлением, работали с экземплярами транзисторов, обладавшими значительными шумами утечки. Для устранения этих шумов они были вынуждены использовать смещения, близкие к нулю; такой режим работы они называли «заглушенным». У современных транзисторов шумы утечки значительно меньше; однако все же в слабошумящих транзисторных усилителях звуковых частот необходимо использовать не слишком высокие значения $|V_c|$.

Эквивалентная схема

Полная эквивалентная схема, описывающая фликкер-шум в транзисторах, имеет вид, представленный на фиг. 10.1,б. В этой эквивалентной схеме генератор тока $\alpha_0 i_e$ тоже присоединен параллельно Z_c и R_{mb} (а не только Z_c); можно предполагать также, что генераторы токов i_{s2} , i_L и $\alpha_0 i_e$ должны быть включены тем же способом [18].

Теперь представим фликкер-шум посредством источника э. д. с. e_e , включенного последовательно с эмиттером, и посредством генератора тока i_i , включенного параллельно коллекторному сопротивлению Z_c . Это со-

ответствует эквивалентной схеме, изображенной на фиг. 9.2,г, но с иными значениями для i и e_e :

$$\begin{aligned} i &= i_{s2} + \alpha_0 i_{s1} + i_L; \\ e_e &= -i_{s1} (R_{e0} + R_{mb}) - e_b. \end{aligned} \quad (10.7)$$

Если ток i_L пренебрежимо мал, то i и e_e практически полностью коррелированы.

В этом отношении имеется значительная разница между дробовым и фликкер-шумом. В случае дробового шума, несмотря на сильную корреляцию токов генераторов i_1 и i_2 , э. д. с. e_e и ток i почти некоррелированы, тогда как в случае фликкер-шума e_e и i имеют сильную корреляцию. Это отличие вызывается тем, что i_1 и i_2 , с одной стороны, и i_{s1} и i_{s2} — с другой, имеют противоположные фазовые соотношения. Это можно объяснить также следующим образом: ток дробового шума в основном протекает через транзистор и ток генератора i является разностью между i_2 и αi_1 ; ток фликкер-шума, возникающий на поверхности, направлен от поверхности базы к обоим переходам, поэтому ток генератора i равен сумме i_{s2} и $\alpha_0 i_{s1}$.

Чтобы сделать эту корреляцию более очевидной [19], положим $i_L = 0$ и разделим e_e на две части: на составляющую e_e'' , которая некоррелирована с i , и на составляющую e_e' , полностью коррелированную с i . Представляя фликкер-шум посредством эквивалентной э. д. с., включенной последовательно со входом, получим

$$\begin{aligned} e_{nf} &= e_e + \frac{i}{\alpha_0} (R_s + R_{e0} + r_{b'b}) = \\ &= e_e'' + \frac{i}{\alpha_0} \left(R_s + R_{e0} + r_{b'b} + \frac{\alpha_0 e'}{i} \right). \end{aligned} \quad (10.8)$$

Теперь определим фликкер-шумовое сопротивление $R_{шf}$ согласно соотношению $\overline{e_{шf}^2} = 4kTR_{шf}\Delta f$; далее введем три константы: эмиттерное шумовое сопротивление R_{fi} , флик-

кер-шумовую проводимость g_{fl} и корреляционное сопротивление R_{fc} , которые определяются выражениями

$$\overline{e_e^2} = 4kTR_{fl}\Delta f; \quad \frac{\overline{i^2}}{\alpha_0^2} = 4kTg_{fl}\Delta f;$$

$$R_{fc} = \frac{\alpha_0 e_e'}{i} \quad (10.9)$$

и служат характеристиками фликкер-шума в транзисторе. Здесь R_{fl} и g_{fl} должны меняться по закону $1/f$. Согласно (10.7), получим

$$R_{fc} = -(R_{e0} + R_{mb}) \frac{\alpha_0 i_{s1}}{i_{s2} + \alpha_0 i_{s1}}. \quad (10.9a)$$

Подстановка в (10.8) дает

$$R_{\text{ш}f} = R_{fl} + g_{fl} (R_s + R_{e0} + r_{b'b} + R_{fc})^2. \quad (10.10)$$

Эмиттерное шумовое сопротивление R_{fl} равно нулю, если e_e и i полностью коррелированы для фликкер-шума. Если изобразить график зависимости $\sqrt{R_{\text{ш}f}}$ от R_s , то будет получена прямая линия. Ченнетт [19] измерял $R_{\text{ш}f}$ как функцию сопротивления источника R_s и получил зависимость, близкую к линейной. Это показывает, что e_e и i действительно практически полностью коррелированы и что $R_{fl} \simeq 0$. Прямая линия пересекает нулевую ось в точке

$$R_s = -(R_{e0} + r_{b'b} + R_{fc}) =$$

$$= -\left[R_{b'b} + (R_{e0} + R_{mb}) \frac{i_{s2}}{i_{s2} + \alpha_0 i_{s1}} \right], \quad (10.11)$$

так как R_{fc} определяется выражением (10.9a), а $r_{b'b} = R_{b'b} + R_{mb}$. Значения R_s , наблюдавшиеся Ченнеттом, приблизительно совпадают с предсказанными теорией, что доказывает наличие сильной корреляции между e_e и i .

Экспериментальные результаты

Фонгер измерял фликкер-шум в нормальных и обращенных транзисторах (обращенными называются транзисторы, у которых коллектор включен вместо эмиттера,

и наоборот) в схеме с заземленным эмиттером при сопротивлении источника сигнала $R_s = 475 \text{ ом}$ в цепи эмиттера и при сопротивлении нагрузки $R_L = 5000 \text{ ом}$ в цепи коллектора. Его измерения показали, что для объяснения экспериментальных данных необходимо вводить в рассмотрение оба генератора токов i_{s1} и i_{s2} . Из экспериментов и вычислений Фонгера можно сделать интересные выводы о конструировании транзисторов со слабыми фликкер-шумами.

Как отмечено выше, поверхностный шум и шум утечки могут быть значительно ослаблены соответствующей обработкой поверхности, причем малая величина s в общем случае означает низкий уровень поверхностного шума¹⁾. Однако малая величина приводит также к большому значению коэффициента усиления тока $\alpha_0/(1 - \alpha_0)$ в схеме с общим эмиттером; таким образом, большое значение этого коэффициента усиления тока и слабый поверхностный фликкер-шум сопутствуют друг другу.

Согласно Фоккеру, изменение величины поверхностного фликкер-шума не всегда сопровождается соответствующими изменениями s . Например, Фонгер обнаружил, что значения $S_s(f)$ для травленных германиевых поверхностей изменялись у исследованных образцов более чем на два порядка, однако столь широкие изменения этой величины, по-видимому, не были коррелированы с изменениями s . В выражении (10.3а) такие изменения можно приписать непостоянству множителя C .

Было также отмечено, что зависимость поверхностного шума от величины тока соответствует зависимости дробового шума от тока. Измерения выходного эквивалентного тока $I_{\text{экр.}}$ насыщенного диода при разомкнутом входе показывают, что в области частот, где преобладает дробовой шум, соблюдается соотношение

$$I_{\text{экр.}} = (I_{\text{экр.}})_s = 2I_e \alpha_0 (1 - \alpha_0), \quad (10.12)$$

если ток $(I_c)_{\text{нас.}}$ коллекторного насыщенного диода пренебрежимо мал. Эта зависимость особенно характерна для тетродных транзисторов, у которых α_0 может изме-

¹⁾ См. стр. 194.

няться в широких пределах за счет изменения тока смещения области базы. Яджима [20] показал для этих же транзисторов, что аналогичное соотношение справедливо и в области частот, где преобладает фликкер-шум:

$$(I_{\text{экр.}})_f = \frac{\text{const}}{f} I_e \alpha_0 (1 - \alpha_0). \quad (10.13)$$

Результаты Яджима приближенно совпадают с представлениями Фонгера, так как, согласно (10.4а), следует ожидать, что

$$(I_{\text{экр.}})_f \simeq \frac{\text{const } I_b}{f}, \quad (10.14)$$

где $I_b = I_e (1 - \alpha_0)$ — ток базы. За исключением множителя α_0 , это совпадает с выражением (10.13).

В случае триодных транзисторов, для которых уравнение (10.13) также справедливо, ток $(I_{\text{экр.}})_f$ должен быть пропорционален I_e , так как в этом случае α_0 практически не зависит от I_e ¹⁾. Для многих транзисторов это соотношение действительно наблюдается, однако для других типов имеет место отклонение.

Особенность поверхностного шума германия приводит к различным шумовым свойствам транзисторов $p-n-p$ и $n-p-n$ -типа: уровень фликкер-шума у последних значительно выше, чем у первых, что является следствием различия физических характеристик поверхностного слоя области базы. Очевидно, что у транзисторов $p-n-p$ -типа поверхностные шумы ослабляются сильнее, чем у транзисторов $n-p-n$ -типа. Поскольку это различие шумовых характеристик коррелировано с различием в коэффициенте усиления тока в схеме с заземленным эмиттером, можно сделать вывод, что такие слабые шумы частично объясняются большей легкостью получения низких значений скорости поверхностной рекомбинации в области базы транзистора $p-n-p$ -типа по сравнению с областью базы транзистора $n-p-n$ -типа.

¹⁾ Линейная зависимость от тока соблюдается, разумеется, только при изменениях тока в известных пределах. При очень слабых токах базы спектральное распределение $S_S(f)$ флуктуаций δs величины s не должно зависеть от тока, а i_2 должно изменяться пропорционально квадрату тока,

Более ранние работы по изучению фликкер-шума транзисторов были проведены Кеоняном и Шеффнером [21], Монтгомери [22], а также Баргеллини и Хершером [23]. Температурная зависимость фликкер-шума транзисторов была изучена Амаказу и Асано [24], а также Ли и Каминским [25].

ЛИТЕРАТУРА

1. Fonger W. H., in «Transistors I», New Jersey; R. C. A. Laboratories, 1956.
2. Pearson G. L., Montgomery H. C., Feldmann W. L., *J. appl. Phys.*, **27**, 91 (1956).
3. Kennedy D., IRE — AIEE Conference on Semiconductor Device Research, University of Minnesota, 1954.
4. McWhorter A. L., Kingston R. L., *Proc. IRE*, **42**, 1376 (1954).
5. McWhorter A. L., *M.I.T. Lincoln Lab. Rep.* No. 80 (May 1955).
6. Gianola U. F., *J. appl. Phys.*, **27**, 51 (1956).
7. Teboul M., Nifontoff N., *C. R. Acad., Paris*, **224**, 1631 (1957).
8. Anderson R. L., van der Ziel A., *Trans. IRE*, **PGED-1**, 20 (1952).
9. Christensen H., *Proc. IRE*, **42**, 1371 (1954).
10. Miller P. H., там же, **35**, 252 (1947).
11. Torrey H. C., Whitmer C. A., *Crystal Rectifiers*, New York, McGraw-Hill Book Co., 1948.
12. Baker D., *J. appl. Phys.*, **25**, 922 (1954).
13. Firlie T., Winston H., там же, **26**, 716 (1955).
14. Hyde F. J., *Proc. phys. Soc. Lond.* **B66**, 1017 (1953).
15. Inuishi Y., *J. phys. Soc. Japan*, **12**, 439 (1958).
16. Komastubara K., там же, **13**, 1062 (1958).
17. Volkers W. K., Pedersen N. E., *Tele-Tech.*, **14**, 82, 156 (Dec. 1955); **15**, 70 (Jan. 1956).
18. Van der Ziel A., *Proc. IRE*, **46**, 1019 (1958).
19. Chenette E. R., там же, **46**, 1304 (1958).
20. Yajima T., *J. phys. Soc. Japan*, **11**, 1126 (1956).
21. Keonjian E., Schaffner J. S., *Proc. IRE*, **40**, 1456 (1952).
22. Montgomery H. C., там же, **40**, 1461 (1952).
23. Bargellini P. M., Herscher M. B., там же, **43**, 217 (1955).
24. Amakasu K., Asano M., *J. appl. Phys.*, **27**, 1249 (1951).
25. Lee C. A., Kaminsky G., *Bull. Amer. phys. Soc.*, **3**, 12 (1958).
26. Fonger W. H., in «Noise in Electron Devices», New York, John Wiley, 1959.

ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ; УСЛОВИЯ МИНИМАЛЬНОГО ШУМА

ШУМ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ ФОТОЭЛЕМЕНТАХ [1—5]

При облучении плоскостного диода светом поглощаемые кванты генерируют электронно-дырочные пары; в тех парах, которые возникают вблизи перехода, электроны стремятся двигаться в n -область, а дырки — в p -область. Таким образом, плоскостные диоды можно использовать в качестве фотоэлементов двумя способами: как эмиссионные и как фотогальванические фотоэлементы. При использовании перехода в качестве эмиссионного фотоэлемента он имеет обратное смещение; при этом диод действует как генератор тока с высоким внутренним сопротивлением. При использовании перехода в качестве гальванического фотоэлемента его выводы разомкнуты и на них смещение не подается; под действием света на этих выводах возникает фото-э. д. с. Такое устройство можно представить источником э. д. с., включенным последовательно с относительно низким сопротивлением.

Возможны два способа использования фотоэффекта: 1) падающий свет направляется вдоль перехода; в этом случае действующей оказывается лишь небольшая площадь, непосредственно прилегающая к переходу; 2) используется поверхностный переход, и воздействующий на элемент свет направляется перпендикулярно поверхности; при этом действующей является вся поверхность и в образовании тока участвует большинство электронно-дырочных пар, возбуждаемых светом.

Пусть фотопереход имеет обратный ток насыщения I_0 , и пусть I_L — фототок, пропорциональный интенсивности падающего света. Тогда характеристика освещенного перехода описывается выражением

$$I = I_L - I_0 \left[\exp \left(\frac{eV}{kT} \right) - 1 \right]. \quad (11.1)$$

Если переход используется в качестве эмиссионного фотоэлемента, то

$$I = I_L + I_0, \quad (11.1a)$$

так что в зависимости от интенсивности света ток изменяется линейно; ток I_0 называется темновым током фотоэлемента. Если элемент нагружен на сопротивление R_L , то изменение ΔV выходного напряжения под действием падающего света равно

$$\Delta V = I_L R_L. \quad (11.2)$$

При использовании перехода в качестве фотогальванического элемента напряжение холостого хода $V_{x. x.}$ определяется условием $I = 0$. При этом из (11.1) следует

$$V_{x. x.} = \frac{kT}{e} \ln \left(1 + \frac{I_L}{I_0} \right). \quad (11.3)$$

При слабых интенсивностях света, когда $I_L \ll I_0$, это выражение можно представить в виде

$$V_{x. x.} = \frac{kT}{e} \frac{I_L}{I_0} = I_L R_{00}, \quad (11.4)$$

где $R_{00} = kT/eI_0$ — сопротивление перехода при нулевом смещении; в этом случае предпочтительнее использовать элементы с малым темновым током.

Отсюда видно, что эмиссионный фотоэлемент дает наибольший сигнал при $R_L > R_{00}$.

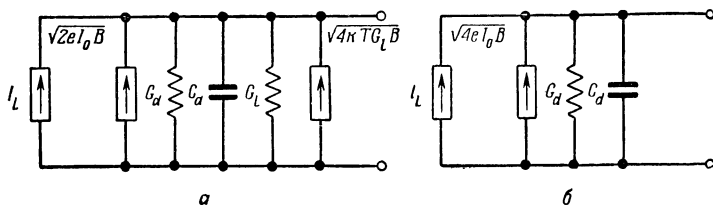
При слабых интенсивностях света оба сигнала слабы и их трудно измерить, так как они представляют собой сигналы постоянного тока. По этой причине сигнал постоянного тока часто преобразуют в сигнал переменного тока путем прерывания светового потока; такой сигнал переменного тока можно затем усиливать и измерять стандартными методами. Постоянная времени RC -схемы определяет наивысшую допустимую частоту прерывания.

Чтобы определить предел чувствительности, налагаемый шумами, допустим, что фликкер-шум можно не учитывать; пусть B — полоса пропускания, e — заряд электрона, I_0 — темновой ток элемента; при малых световых сигналах $I_L \ll I_0$. Темновому току фотоэлемента I_0 сопут-

ствуется полный дробовой шум, который можно представить параллельным генератором тока $\sqrt{2eI_0B}$, тогда как проводимость нагрузки $g_L = 1/R_L$ вызывает тепловой шум, который можно представить включенным параллельно генератором тока $\sqrt{4kTg_LB}$. Отсюда следует, что эмиссионный сигнал тонет в шумовом фоне при условии (фиг. 11.1)

$$I_L < \sqrt{2eI_0B + 4kTg_LB}. \quad (11.5)$$

В фотогальваническом элементе через переход протекают два равных и встречных тока I_0 . Каждому из них сопутствует полный дробовой шум, представляемый генератором тока $\sqrt{2eI_0B}$, причем эти шумы независимы.



Фиг. 11.1. Эквивалентные схемы для шумов в фотоэлементах. *а* — шум в эмиссионном фотоэлементе; *б* — шум в фотогальваническом элементе.

Отсюда следует, что фотогальванический сигнал тонет в шумовом фоне при условии (фиг. 11.1):

$$I_L < \sqrt{4eI_0B}. \quad (11.6)$$

Таким образом, пороговая чувствительность обеих схем почти одинакова, несмотря на возможное различие выходных сигналов при $R_L \gg R_{00}$.

В качестве примера положим $I_0 = 10^{-8}$ а, $B = 1$ гц, тогда $I_L = 8 \cdot 10^{-13}$ а, что соответствует $5 \cdot 10^6$ квантам в секунду, если квантовая эффективность равна 1. Принимая, что энергия кванта близка к 1 эв, получим, что схема может обнаруживать сигналы с мощностью около 10^{-12} вт; это показывает, насколько важно создавать

приборы со слабым темновым током. Такой ток можно ослаблять также путем охлаждения элемента; однако если темновой ток становится очень мал, то R_{00} будет слишком большим, что неблагоприятно повлияет на частотную характеристику схемы (повышенная инерционность).

СЛАБОШУМЯЩИЕ ТРАНЗИСТОРНЫЕ СХЕМЫ [6—31]

В гл. 9 и 10 рассматривались в основном схемы включения транзистора с заземленной базой, однако легко показать, что эта схема и схема с заземленным эмиттером имеют одинаковый коэффициент шума F , если сопротивление источника сигнала у них одинаково [18, 28]. Обычно рекомендуется использовать схему с заземленным эмиттером, так как она допускает использование более простых межкаскадных цепей и дает значительно большее усиление на каскад при малых значениях внешних сопротивлений. Коэффициент шума каскада с заземленным коллектором в области относительно низких частот практически совпадает с коэффициентом шума других схем. Поскольку усиление по мощности каскада с заземленным коллектором значительно меньше, чем у других схем, следует учитывать, насколько важны шумы следующего за ним каскада; в большинстве случаев предпочтительно использовать схемы с заземленным эмиттером или базой. В области частот, близких к критической, схема с заземленным коллектором имеет значительно более низкий коэффициент шума по сравнению с другими схемами; к сожалению, в этой области частот коэффициент усиления по мощности оказывается меньше 1, вследствие чего применение этой схемы становится бесполезным [23, 28].

Рассмотренные в гл. 9 эквивалентные схемы не являются полными, так как в них отсутствует введенная Эрли э. д. с. обратной связи $\mu_{ec} v_c$ [32]. Однако нетрудно показать, что эта э. д. с. не изменяет коэффициента шума или шумового сопротивления схемы и что пренебрежение ею, следовательно, не приводит к ошибкам [33].

При рассмотрении минимального коэффициента шума остановимся сначала на случае, когда преобладают дробовые шумы. Условия получения минимального коэффи-

циента шума F можно определить, основываясь на теории шумов транзисторов, изложенной в гл. 9. Общее выражение для коэффициента шума определяется формулой (9.50), а его минимальное значение $F_{\text{мин.}}$ — формулой (9.52). Рассмотрим эту задачу для относительно низких частот, а также для частот, близких к критической.

В первом случае подставим значения A , B и C , определяемые выражениями (9.50а), в (9.52), положим $R_{sl} = = 1/2 R_{e0}$ и пренебрежем R_{sc} ; тогда

$$F_{\text{мин.}} = 1 + 2g_{sl}(R_{e0} + r_{b'b}) + 2 \sqrt{g_{sl} \left(\frac{1}{2} R_{e0} + r_{b'b} \right) + g_{sl}^2 (R_{e0} + r_{b'b})^2} \quad (11.7)$$

при

$$R_s = \frac{1}{g_{sl}} \sqrt{g_{sl} \left(\frac{1}{2} R_{e0} + r_{b'b} \right) + g_{sl}^2 (R_{e0} + r_{b'b})^2}. \quad (11.7a)$$

В зависимости от их относительной величины необходимо свести к минимуму либо $g_{sl} (1/2 R_{e0} + r_{b'b})$, либо $g_{sl} (R_{e0} + r_{b'b})$. Поскольку эти условия мало отличаются друг от друга, удобнее находить минимум для $g_{sl} (1/2 R_{e0} + r_{b'b})$. Это легко осуществить, так как g_{sl} и R_{e0} зависят от тока эмиттера I_e противоположным образом: при уменьшении I_e проводимость g_{sl} убывает, а величина $R_{e0} \simeq kT/eI_e$ возрастает. Из (9.43) при $I_{c0} = (I_c)_{\text{нас.}}$ следует

$$g_{sl} \left(\frac{1}{2} R_{e0} + r_{b'b} \right) = \frac{1}{4} \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} \left[I_e + \frac{I_{c0}}{\alpha_0 (1 - \alpha_0)} \right] \left(\frac{1}{I_e} + \frac{2er_{b'b}}{kT} \right). \quad (11.8)$$

Полагая, что α_0 не зависит от I_e , получим следующее минимальное значение этой величины:

$$\frac{1}{4} \frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0} \left[1 + \sqrt{\frac{I_{c0}}{\alpha_0 (1 - \alpha_0)} \frac{2er_{b'b}}{kT}} \right]^2 \quad (11.8a)$$

при

$$I_e = \sqrt{\frac{I_{c0}}{\alpha_0 (1 - \alpha_0)} \frac{kT}{2er_{b'b}}}. \quad (11.86)$$

Подстановка в уравнение (11.7) дает

$$\begin{aligned} F_{\text{мин.}} &\simeq 1 + 2 \sqrt{g_{sl} \left(\frac{1}{2} R_{e0} + r_{b'b} \right)} = \\ &= 1 + \sqrt{\frac{1 - \alpha_0}{\alpha_0}} + \sqrt{\frac{I_{c0}}{\alpha_0^2} \frac{2er_{b'b}}{kT}}. \end{aligned} \quad (11.9)$$

Принимая, например, $I_{c0} \simeq 1$ мка, $\alpha_0 = 0,98$ и $r_{b'b} = 100$ ом, получим минимальный коэффициент шума, равный примерно 1,25 при $I_e \simeq 80$ мка. Это показывает, что при соответствующем выборе сопротивления источника и тока эмиттера можно получить сравнительно низкий коэффициент шума¹⁾. Отсюда вытекают и соответствующие требования к конструкции слабошумящих транзисторов: величины $1 - \alpha_0$ и $I_{c0}r_{b'b}$ должны быть возможно меньше и $(2eI_{c0}r_{b'b}/kT) < (1 - \alpha_0)$.

Далее рассмотрим коэффициент шума в области частот, близких к критической, и определим, как следует выбирать R_s и I_e для получения минимального коэффициента шума в этом случае. Минимальный коэффициент шума опять определяется выражением (11.7), если пренебречь корреляционным сопротивлением R_{sc} . Предположим, что $g_{sl}(R_{sl} + r_{b'b}) \ll g_{sl}^2(R_e + r_{b'b})^2$; тогда, учитывая, что в области частот вплоть до критической $R_e \simeq R_{e0}$, будем иметь

$$F_{\text{мин.}} \simeq 1 + 4g_{sl}(R_{e0} + r_{b'b}) \quad (11.10)$$

при

$$R_s \simeq R_{e0} + r_{b'b}.$$

Найдем минимум этого выражения, рассматривая его как функцию тока эмиттера I_e . У хороших транзисторов

¹⁾ Эти вычисления становятся неверными, если α_0 зависит от I_e . Такой случай имеет место, например, у кремниевых транзисторов, у которых α_0 быстро убывает с уменьшением I_e в области малых токов эмиттера, что может несколько изменить требования к конструкции.

$\alpha_0 \simeq 1$, так что на критической частоте $|\alpha|^2 \simeq 1/2$; поэтому на этой частоте имеем

$$g_{sl} = \frac{e}{2kT}(I_e + 2I_{c0}); \quad R_{e0} \simeq \frac{kT}{eI_e}$$

и

$$F_{\text{мин.}} \simeq 1 + 2(I_e + 2I_{c0}) \left(\frac{1}{I_e} + \frac{er_{b'b}}{kT} \right). \quad (11.10a)$$

Рассматривая это выражение как функцию I_e , определим его минимальное значение

$$F_{\text{мин.}} \simeq 1 + 2 \left(1 + \sqrt{2I_{c0} \frac{er_{b'b}}{kT}} \right)^2 \quad (11.11)$$

при

$$I_e = \sqrt{2I_{c0} \frac{kT}{er_{b'b}}}. \quad (11.11a)$$

Положим, как и в предыдущем примере, что $I_{c0} = 1$ мка и $r_{b'b} = 100$ ом. Тогда $F_{\text{мин.}} \simeq 3,4$ при $I_e \simeq 20$ мка. Минимальный коэффициент шума теперь получается при значительно более слабом токе эмиттера, чем в предыдущем случае, что согласуется с результатами Гуггенбуля и Стратта [18]. Этот пример показывает, что задача создания транзисторов с приемлемым коэффициентом шума на критической частоте не является бесперспективной, хотя минимальный коэффициент шума на критической частоте не может быть меньше 3 (что соответствует приблизительно 5 дб).

Таким образом, для получения низкого коэффициента шума на критической частоте величины α следует конструировать транзисторы с возможно меньшим произведением $I_{c0}r_{b'b}$ ¹⁾.

Условие, которому должно удовлетворять произведение $I_{c0}r_{b'b}$, в этом случае является менее строгим, чем в предыдущем, так как здесь требуется, чтобы $2eI_{c0}r_{b'b}/kT \ll 1$,

¹⁾ Минимально достижимый коэффициент шума на критической частоте не подвергается сильным изменениям, если α_0 зависит от I_e .

тогда как в предыдущем случае требовалось, чтобы эта величина была меньше $1 - \alpha_0$. С этой точки зрения условие получения низкого коэффициента шума на критической частоте не приводит к каким-либо дополнительным требованиям к произведению $I_{c0} r_{b'b}$.

Как указано выше, коэффициент шума каскада, определяемый дробовым шумом, остается почти постоянным в области частот до $f_0 \sqrt{1 - \alpha_0}$, где f_0 — критическая частота величины α . Поэтому важно использовать во всех схемах, от которых требуются слабые шумы, транзисторы с высокой критической частотой.

Рассмотрим далее случай, когда преобладает фликкер-шум. Если $F_{\text{дроб.}}$ — коэффициент шума, определяемый дробовым эффектом, и $R_{\text{ш}f}$ — фликкер-шумовое сопротивление, определяемое выражением (10.10), то

$$\begin{aligned} F &= F_{\text{дроб.}} + \frac{R_{\text{ш}f}}{R_s} = \\ &= F_{\text{дроб.}} + g_{fl} \frac{(R_s + R_{e0} + r_{b'b} + r_{fc})^2}{R_s}. \end{aligned} \quad (10.12)$$

Эта величина имеет минимум при минимальном значении последнего члена, т. е.¹⁾

$$F_{\text{мин.}} = F_{\text{дроб.}} + 4g_{fl} (R_{e0} + r_{b'b} + r_{fc})^2 \quad (11.13)$$

при

$$(R_s)_{\text{мин.}} = R_{e0} + r_{b'b} + r_{fc}. \quad (11.13a)$$

Рассматривая минимальный коэффициент шума как функцию от I_e , можно видеть, что наименьшее значение этого коэффициента получается при очень малых I_e .

Теперь следует рассмотреть транзисторные схемы с точки зрения шумового сопротивления; такой подход имеет преимущество в тех случаях, когда невозможно или непрактично выполнять схему так, чтобы обеспечивались условия минимума коэффициента шума. Остановимся сначала на случае низких частот и будем совместно учиты-

¹⁾ Как указано в гл. 10 (стр. 202), кривая зависимости $R_{\text{ш}f}$ от R_s пересекает нулевую ось при $R_s = -(R_s)_{\text{мин.}}$.

вать дробовой шум и фликкер-шум; положим, как и ранее, что $R_{sl} \simeq \frac{1}{2} R_{e0}$, $R_{sc} \simeq 0$ (отсутствие корреляции для дробового шума) и $R_{fl} \simeq 0$ (полная корреляция для фликкер-шума). Тогда, согласно (9.49) и (10.10), полное шумовое сопротивление $R_{ш}$ схемы равно

$$R_{ш} = R_s + r_{b'b} + \frac{1}{2} R_{e0} + g_{sl} (R_s + R_{e0} + r_{b'b})^2 + \\ + g_{fl} (R_s + R_{e0} + r_{b'b} + R_{fc})^2. \quad (11.14)$$

В этом выражении g_{fl} и g_{sl} обычно линейно зависят от I_e , а R_{e0} — обратно пропорционально I_e .

Сначала рассмотрим случай, когда преобладает фликкер-шум. Чтобы получить минимум шумового сопротивления при данной величине сопротивления источника сигнала R_s , последний член выражения (11.14) должен иметь минимальную величину. При $R_s \gg (R_{e0} + r_{b'b} + R_{fc})$ это приводит к требованию, чтобы g_{fl} было возможно меньше, что соответствует очень слабым токам эмиттера. При $R_s \ll (R_{e0} + r_{b'b} + R_{fc})$ должна быть минимальной величина $g_{fl} (R_{e0} + r_{b'b} + R_{fc})^2$; эксперимент показывает, что это требование также соответствует относительно слабым токам эмиттера.

При преобладании дробового шума и при заданном сопротивлении R_s следует сделать минимальной величину

$$\left(R_s + r_{b'b} + \frac{1}{2} R_{e0} \right) + g_{sl} (R_s + r_{b'b} + R_{e0})^2.$$

Заметим, что первый член этого выражения превышает второй при $g_{sl} (R_s + r_{b'b} + R_{e0}) < 1$, поэтому $R_{ш}$ не зависит так сильно от R_s , как в предыдущем случае, если только R_s невелико. При очень больших R_s величину g_{sl} следует делать возможно меньше, что приводит опять к требованию минимальности тока I_e . Если $g_{sl} (R_s + r_{b'b} + R_{e0}) \ll 1$, надо по возможности уменьшать R_{e0} , что приводит к относительно большим значениям I_e . Таким образом, в случае малого сопротивления источника сиг-

нала R_s условия получения малых сопротивлений фликкер-шума и дробового шума оказываются противоположными.

Слабозумящие транзисторы $p-n-p$ -типа, работающие при токах эмиттера около 0,5 ма и присоединенные к источнику сигнала с низким сопротивлением R_s ($R_s < 50$ ом), могут иметь на частоте 10 гц шумовое сопротивление не более 1000 ом. В области более высоких частот, где преобладает дробовой шум, шумовое сопротивление не выше 100—150 ом. Это значительно лучше, чем у вакуумных пентодов, которые имеют шумовое сопротивление порядка 10^5 — 10^6 ом на частоте 10 гц и порядка 10^3 ом в той области частот, где преобладает дробовой шум. Таким образом, в тех усилителях звуковых и подтональных частот, которые должны обладать слабыми шумами при работе от низкоомных источников сигнала, целесообразно применять не электронные лампы, а слабозумящие транзисторы. Это интересное свойство транзисторов впервые было использовано Волькерсом и Педерсеном [29] в разработанной ими «заглушенной» транзисторной схеме.

В тех случаях когда источник сигнала имеет очень большое внутреннее сопротивление R_s , применение электронных ламп оказывается гораздо более выгодным по сравнению с транзисторами. Причина этого состоит в том, что шумовое сопротивление $R_{ш.л.}$ лампы не зависит от сопротивления источника сигнала, тогда как шумовое сопротивление транзистора при больших R_s оказывается пропорциональным R_s^2 . В результате этого общее шумовое сопротивление схемы с электронной лампой равно $R_s + R_{ш.л.}$, а общее шумовое сопротивление схемы с транзистором при больших R_s равно $R_s + (g_{sl} + g_{fl}) R_s^2$. Поэтому при

$$R_s > \sqrt{\frac{R_{ш.л.}}{g_{sl} + g_{fl}}} \quad (11.15)$$

электронная лампа оказывается более выгодной, чем транзистор. Тем не менее в некоторых конкретных применениях транзисторный усилитель, хотя он и уступает по

величине шумов ламповому, может оказаться вполне пригодным для выполнения поставленных задач.

В общем случае транзистор подключается к источнику сигнала через емкость, так что в области низких частот сопротивление $Z_s = R_s + jX_s$ становится комплексным. Тогда выражение (11.14) принимает вид

$$R_{\text{ш}} = R_s + r_{b'b} + \frac{1}{2} R_{e0} + g_{sl} |Z_s + R_{e0} + r_{b'b}|^2 + g_{fl} |Z_s + R_{e0} + r_{b'b} + R_{fc}|^2. \quad (11.16)$$

В случае преобладания фликкер-шума реактивное сопротивление источника сигнала X_s следует выбрать так, чтобы

$$X_s^2 \ll (R_{e0} + r_{b'b} + R_{fc})^2, \quad (11.16a)$$

а в случае преобладания дробового шума

$$X_s^2 \ll (R_{e0} + r_{b'b})^2. \quad (11.16b)$$

Таким образом, требование, чтобы X_s было мало по сравнению с входным активным сопротивлением транзисторной схемы, является недостаточным, так как это входное сопротивление может быть большим, особенно при использовании отрицательной обратной связи. Важно, чтобы были выполнены условия (11.16a) или (11.16b), так как в противном случае нельзя получить минимальное шумовое сопротивление¹⁾.

Далее, рассмотрим случай работы в области частот, близких к критической. Полагая $R_{sl} \simeq 0$ и $R_{sc} \simeq 0$, что, вероятно, близко к действительности²⁾, для критической частоты получим

$$\begin{aligned} R_{\text{ш}} &\simeq R_s + r_{b'b} + g_{sl} (R_{e0} + R_s + r_{b'b})^2 = \\ &= (R_s + r_{b'b}) + \frac{1}{2R_{e0}} (R_{e0} + R_s + r_{b'b})^2, \end{aligned} \quad (11.17)$$

так как

$$R_e \simeq R_{e0} = \frac{kT}{eI_e} \text{ и } g_{sl} \simeq \frac{eI_e}{2kT} = \frac{1}{2R_{e0}}, \quad (11.17a)$$

¹⁾ Это замечание сделано Уотерсом.

²⁾ См. гл. 9, стр. 181.

Величина $R_{ш}$, рассматриваемая как функция R_{e0} , имеет минимальное значение, равное $R_{ш} \simeq 3(R_s + r_{b'b})$, если $R_{e0} \simeq (R_s + r_{b'b})$ или

$$I_e = \frac{kT}{e(R_s + r_{b'b})}. \quad (11.176)$$

Полагая $R_s = 0$ и $r_{b'b} = 100$ ом, получим из этих выражений $I_e = 0,25$ ма и $R_{ш} \simeq 300$ ом. На низких частотах при том же токе величина g_{sl} очень мала, поэтому

$$R_{ш} \simeq (R_s + r_{b'b} + \frac{1}{2} R_{e0}) = \frac{3}{2} (R_s + r_{b'b}), \quad (11.17в)$$

так что если $R_s = 0$, то $R_{ш} \simeq 150$ ом. Это показывает, что на частоте f_0 имеется оптимальное шумовое сопротивление при малом сопротивлении источника сигнала R_s и что при переходе к критической частоте шумовое сопротивление возрастает лишь в 2 раза. Таким образом, свойство транзистора давать слабые шумы при малых сопротивлениях источника сигнала R_s сохраняется во всем диапазоне до критической частоты.

При очень больших сопротивлениях источника сигнала R_s шумовое сопротивление $R_{ш} \simeq g_s R_s^2$; поэтому вблизи критической частоты $R_{ш}$ быстро возрастает с ростом частоты, если только I_e не поддерживать близким к коллекторному току насыщения I_{c0} . Допустимость таких шумов в практических случаях зависит от требований, предъявляемых к входному эквивалентному току $I_{ш}$ насыщенного диода, который определяется выражением (9.51).

ПРИМЕНЕНИЕ ДИОДОВ В КАЧЕСТВЕ СМЕСИТЕЛЕЙ И В ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ УСИЛИТЕЛЯХ

В схемах смесителей или преобразователей частоты слабый сигнал частоты ω_l и сильный сигнал частоты ω_h подаются на нелинейную цепь, с выхода которой снимается сигнал частоты ω_0 , причем

$$m\omega_h = |\omega_l - \omega_0| \text{ или } m\omega_h = \omega_l + \omega_0, \quad (11.18)$$

где $m = 1, 2, \dots$. Сигнал частоты ω_h называется сигналом

местного гетеродина, а сигнал частоты ω_0 —сигналом промежуточной частоты. Преобразование в схеме, характеризующей $m=1$, называется преобразованием на основной частоте; при $m > 1$ говорят о преобразовании на высшей гармонике.

Преобразователи применяются в радиоприемниках для упрощения их схем. При использовании преобразователь частоты входного сигнала ω_i может изменяться в широком диапазоне; поддерживая частоту ω_0 фиксированной, но соответственно изменяя ω_n так, чтобы удовлетворялось соотношение (11.18), необходимо настраивать лишь входной контур на частоту ω_i и контур гетеродина на частоту ω_n , тогда как основная часть приемника при этом должна иметь фиксированную настройку на частоту ω_0 . По тем же причинам преобразователи частоты применяются на сверхвысоких частотах, что позволяет обходиться без сложных усилителей сигналов сверхвысокой частоты, так как после преобразования частоты сигнала в частоту 30—60 МГц можно применять обычные усилители.

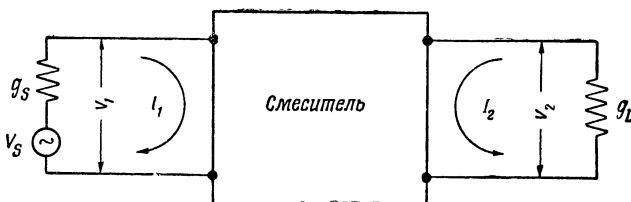
В качестве нелинейного элемента может служить нелинейное активное сопротивление (точечно-контактный диод, плоскостной диод, вакуумный диод и т. п.) нелинейный четырехполюсник (транзистор, триод, пентод, пентагрид и т. п.) или нелинейное реактивное сопротивление (нелинейная реактивная проводимость); последний тип нелинейного элемента применяется в параметрических усилителях. При использовании комплексных обозначений символы напряжения и тока относятся только к амплитуде и фазе сигнала, что позволяет описывать схему смесителя посредством уравнений четырехполюсника. Если индекс 1 соответствует входу, а индекс 2—выходу, то, как и в случае произвольного усилителя (фиг. 11.2), имеем

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2, \quad I_2 = Y_{21} V_1 + Y_{22} V_2, \\ \text{или} \quad V_1 &= Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2, \quad V_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2. \end{aligned} \right\} \quad (11.19)$$

Здесь, однако, имеется одно отличие от случая усилителя, заключающееся в том, что фаза сигнала в процессе преобразования может инвертироваться. Уравнения (11.19)

справедливы в том случае, когда $m\omega_h = |\omega_i - \omega_0|$; когда же $m\omega_h = \omega_i + \omega_0$, эти уравнения следует записать в виде

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= Y_{11} V_1 + Y_{12} V_2^*, \quad I_2 = Y_{21} V_1^* + Y_{22} V_2, \\ \text{или} \quad V_1 &= Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2^*, \quad V_2 = Z_{21} I_1^* + Z_{22} I_2, \end{aligned} \right\} \quad (11.19a)$$



Ф и г. 11.2. Схема смесителя с источником сигнала и нагрузкой.

где звездочками обозначены комплексно-сопряженные величины ¹⁾.

В качестве примера рассмотрим нелинейную активную проводимость [34, 35]. Под действием сигнала местного гетеродина эта проводимость оказывается функцией времени $g(t)$ с периодом $\omega_h t = 2\pi$. Представим ее в виде ряда Фурье

$$g(t) = g_0 + \sum_{m=1}^{\infty} 2g_m \cos(m\omega_h t), \quad (11.20)$$

где

$$\left. \begin{aligned} g_0 &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(t) d(\omega_h t) \\ \text{и} \quad g_m &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(t) \cos m\omega_h t d(\omega_h t). \end{aligned} \right\} \quad (11.20a)$$

¹⁾ Если $Y_{21} = g_{21}$, то входной сигнал $V_{i0} \cos(\omega_i t + \varphi_i)$ при $m\omega_h = \omega_i + \omega_0$ преобразуется в ток короткого замыкания $g_{21} V_{i0} \cos(\omega_0 t - \varphi_i)$; отсюда видна необходимость введения комплексно сопряженных величин.

Преобразование на первой гармонике соответствует следующим соотношениям:

$$Y_{11} = Y_{22} = g_0; \quad Y_{12} = Y_{21} = -g_1. \quad (11.21)$$

Полагая, что ко входу смесителя подключен генератор тока I_s с активной внутренней проводимостью g_s , а к его выходу — активная проводимость нагрузки g_L , определим коэффициент передачи смесителя по мощности

$$G = \frac{4g_s g_L g_1^2}{[(g_s + g_0)(g_L + g_0) - g_1^2]^2} \quad (11.22)$$

(см. фиг. 11.2), имеющий максимальное значение

$$G_{\text{макс.}} = \frac{\beta}{(1 + \sqrt{1 - \beta})^2} \text{ при } g_s = g_L = g_0 \sqrt{1 - \beta}, \quad (11.23)$$

где $\beta = (g_1/g_0)^2$. Величину $G_{\text{макс.}}$ принято называть потерями преобразования смесителя, причем ее часто выражают в децибелах. Отметим, что $G_{\text{макс.}}$ всегда меньше единицы (поскольку $\beta \leq 1$) и возрастает с увеличением β . Предоставим читателю построить график $G_{\text{макс.}}$ в зависимости от β для $0 \leq \beta \leq 1$.

Подробное рассмотрение шумов смесителей выходит за рамки настоящей книги, поэтому здесь приводятся только основные результаты¹⁾. Пусть устройство характеризуется выходным шумовым отношением n_0 при коротком замыкании входа. При подключении ко входу настроенного контура происходит ослабление шума. Это объясняется тем, что шум на входе и шум промежуточной частоты коррелированы и один из них может частично подавлять другой. Вычисления показывают, что минимальный коэффициент шума $F_{\text{мин.}}$ достигается при $g_s = g_0 \sqrt{1 - \beta}$ (т. е. при такой же связи с источником, при которой достигается $G_{\text{макс.}}$) и что

$$F_{\text{мин.}} - 1 = \frac{n_0 (1 - G_{\text{макс.}})}{G_{\text{макс.}}}. \quad (11.24)$$

1) Подробности освещены в работах [34 — 46].

При определении полного коэффициента шума приемника $F_{\text{полн.}}$ следует учитывать коэффициент шума $F_{\text{п. ч.}}$ усилителя промежуточной частоты. Хорошо известная формула показывает, что

$$\begin{aligned} F_{\text{полн.}} - 1 &= (F_{\text{мин.}} - 1) + \frac{F_{\text{п. ч.}} - 1}{G_{\text{макс.}}} = \\ &= \frac{n_0 (1 - G_{\text{макс.}}) + (F_{\text{п. ч.}} - 1)}{G_{\text{макс.}}}. \end{aligned} \quad (11.25)$$

У большинства кристаллических смесителей имеется некоторый фликкер-шум (возникающий в основном в те моменты, когда напряжение местного гетеродина создается на точно-контактном диоде обратное смещение), и соответственно n_0 с повышением частоты убывает. Поскольку $F_{\text{п. ч.}}$ с частотой возрастает, то существует некоторая оптимальная промежуточная частота, при которой $F_{\text{полн.}}$ оказывается минимальным; обычно она лежит в интервале 30—60 Мгц. Согласно теории диода, наименьшее возможное значение n_0 равно $1/2$ ¹⁾, однако обычно эта величина больше 1. Охлаждение позволяет получать и более низкие коэффициенты шума [38, 39, 41]. Дальнейшее улучшение возможно за счет использования зеркального канала²⁾ [34, 35, 39].

Теперь остановимся на преобразователях с реактивным сопротивлением и на параметрических усилителях и, в частности, на их диодных вариантах [47—53]. Плоскостной диод при обратном смещении обладает емкостью, зависящей от напряжения. При включении чисто нелинейной емкости в качестве элемента связи между входным и выходным контурами, настроенными на частоты ω_i и ω_0 соответственно, и подаче на эту систему сигнала местного гетеродина образуется смеситель, который ха-

¹⁾ См. гл. 8, стр. 151.

²⁾ Если $\omega_i = \omega_h + \omega_0$, то преобразование имеет место также на частоте $\omega'_i = \omega_h - \omega_0$ (зеркальная частота); коэффициент передачи по мощности и коэффициент шума в известной мере зависят от комплексной проводимости входной цепи на зеркальной частоте.

характеризуется следующими проводимостями четырехполюсника [54]:

$$\left. \begin{aligned} Y_{11} &= j\omega_i C_0; & Y_{12} &= -j\omega_i C_1; \\ Y_{21} &= -j\omega_0 C_1; & Y_{22} &= j\omega_0 C_0, \end{aligned} \right\} \quad (11.26)$$

где C_0 и C_1 зависят от мгновенного значения сигнала местного гетеродина, причем C_1 при увеличении этого мгновенного значения обычно возрастает. Присоединим ко входу источник тока I_s с внутренней активной проводимостью g_s , а к выходу — активную проводимость нагрузки g_L и определим коэффициент усиления по мощности.

При $\omega_h = \omega_i - \omega_0$ этот коэффициент равен

$$G = \frac{4g_s g_L \omega_0 \omega_i C_1^2}{(g_s g_L + \omega_0 \omega_i C_1^2)^2} \frac{\omega_0}{\omega_i} \quad (11.27)$$

и имеет максимальное значение

$$G_{\text{макс.}} = \frac{\omega_0}{\omega_i} \text{ при } g_s g_L = \omega_0 \omega_i C_1^2. \quad (11.27a)$$

Таким образом, при $\omega_0 \gg \omega_i$ можно получить существенное усиление мощности («повышающее преобразование») и, наоборот, при $\omega_0 \ll \omega_i$ следует ожидать значительного ослабления мощности («понижающее преобразование»).

При $\omega_h = \omega_0 + \omega_i$ вследствие наличия в (11.19a) членов с обратными фазами коэффициент усиления по мощности становится равным

$$G = \frac{4g_s g_L \omega_0 \omega_i C_1^2}{(g_s g_L - \omega_0 \omega_i C_1^2)^2} \frac{\omega_0}{\omega_i}. \quad (11.28)$$

При $g_s g_L < \omega_0 \omega_i C_1^2$ возможно появление самовозбуждения, тогда как при $g_s g_L \simeq \omega_0 \omega_i C_1^2$ имеет место усиление. Это вызывается тем, что присоединение активной проводимости нагрузки параллельно контуру, настроенному на частоту ω_0 , создает отрицательное сопротивление во входном контуре, настроенном на частоту ω_i .

Если g_i представляет собой входную активную проводимость (потери в контуре и диоде), g_0 —выходную активную проводимость (потери в контуре и диоде), а $g_{Ti} = g_i + g_s$ и $g_{T0} = g_0 + g_L$, то отрицательная входная активная проводимость, создаваемая выходной нагрузкой g_{T0} , равна

$$-g = -\frac{\omega_0 \omega_i C_1^2}{g_{T0}}, \quad (11.29)$$

а отрицательная выходная активная проводимость, создаваемая входной проводимостью g_{Ti} , равна

$$-g' = -\frac{\omega_0 \omega_i C_1^2}{g_{Ti}}. \quad (11.29a)$$

Этот эффект приводит к новому типу усилителей, называемых параметрическими, действие которых основано на использовании отрицательного сопротивления. В таких усилителях источник сигнала, нагрузка и нелинейная реактивность присоединяются параллельно входному резонансному контуру; кроме того, добавочный контур, называемый холостым, настраивается на частоту ω_0 и включается последовательно с нелинейной реактивностью. Холостой контур представляет собой отрицательную активную проводимость, присоединенную параллельно источнику сигнала и нагрузке; следовательно, мощность, отдаваемая в нагрузку, может превышать мощность, отдаваемую источником сигнала в согласованную нагрузку, а это означает, что имеет место усиление мощности. Особенный интерес представляет случай $\omega_i = \omega_0$, при котором настройки входного и холостого контуров совпадают, а частота местного гетеродина равна $\omega_h = 2\omega_i$. Местный гетеродин обычно называют генератором накачки, а его частоту—частотой накачки (это заимствовано из терминологии квантовых усилителей). Поскольку C_1 возрастает при увеличении сигнала накачки, усиление можно повысить за счет увеличения сигнала накачки, однако это приводит к сокращению полосы пропускания.

Если бы конденсатор, а также входной и выходной контуры не имели потерь, то коэффициент шума такого

смесителя был бы равен 1, однако вследствие потерь он оказывается больше 1 [54]. У параметрических усилителей коэффициент шума неизбежно превышает 1 вследствие тепловых шумов холостого контура. Так как большая часть потерь в самом конденсаторе создается благодаря его последовательному активному сопротивлению r , то это сопротивление следует по возможности уменьшать. В связи с этим качество нелинейного конденсатора в виде плоскостного диода можно охарактеризовать его критической частотой $f_{кр.}$, определяемой соотношением¹⁾

$$2\pi f_{кр.} Cr = 1. \quad (11.30)$$

Согласно Хейфнеру и Вейду [47], коэффициент шума смесителя с реактивным сопротивлением равен

$$F = 1 + \frac{g_i}{g_s} + \frac{g_0 \omega_i g}{g_{T0} \omega_0 g_s}. \quad (11.31)$$

Второй член этого выражения соответствует тепловому шуму проводимости g_i , а третий — тепловому шуму проводимости g_0 ²⁾. Выражение (11.31) показывает, что повышающий преобразователь ($\omega_0 > \omega_i$) имеет меньший коэффициент шума, чем понижающий ($\omega_0 < \omega_i$); из этого выражения следует также, что при отсутствии потерь ($g_i = g_0 = 0$) коэффициент шума равен 1.

Коэффициент шума соответствующего параметрического усилителя равен

$$F = 1 + \frac{g_i}{g_s} + \frac{\omega_i g}{\omega_0 g_s}, \quad (11.32)$$

где ω_0 — частота холостого контура, g определяется выражением (11.29), а g_{T0} представляет общую нагрузку холостого контура; третий член определяется тепловым шумом холостого контура. Таким образом, для получения низкого коэффициента шума желательно, чтобы холостой контур имел высокую частоту; в случае $\omega_i \simeq \omega_0$ минимальный коэффициент шума равен 3 дБ.

¹⁾ Изготовлены образцы, у которых $f_{кр.} > 100\,000$ Мгц.

²⁾ Согласно определению, коэффициент шума каскада не должен учитывать тепловой шум нагрузки g_L .

Изложенные выше теоретические выводы подтверждаются экспериментальными данными. Так Германи, Уенохара и Улир [48] построили повышающий преобразователь с частоты 460 МГц на частоту 9375 МГц, который имел усиление по мощности 21 дБ и общий коэффициент шума 1,1 дБ; поскольку усиление по мощности было больше, чем отношение частот ω_0/ω_i , то это означало, что в действии такого усилителя существенную роль играли явления, связанные с зеркальным преобразованием. Усилитель с отрицательным активным сопротивлением, работавший на частоте около 6000 МГц и с частотой накачки 11,7 кГц, давал устойчивое усиление по мощности 45 дБ и имел коэффициент шума 6 дБ.

В свете этих многообещающих результатов можно сделать вывод, что повышающие преобразователи и параметрические усилители будут играть в будущем важную роль. Путем охлаждения диодов можно будет получать очень низкие шумовые температуры усилителей; охлаждение должно также уменьшать последовательное активное сопротивление и тем самым повышать критическую частоту.

ЛИТЕРАТУРА

1. Van der Ziel A., Solid State Physical Electronics, New Jersey, Prentice Hall, 1957.
2. Jones R. C., *Advanc. Electron.*, 5, 1 (1953).
3. Gianola U. F., *J. appl. Phys.*, 27, 51 (1956).
4. Pearson G. L., Montgomery H. C., Feldmann W. L., там же, 27, 91 (1956).
5. Slocum A., Shive J. N., там же, 25, 406 (1954).
6. Guggenbuehl W., Beitrage zur Kenntnis des Halbleiterrauschens mit Besondere Berücksichtigung für Kristalldioden und Transistoren, Ph. D. Thesis, E.T.H., Zürich, 1955.
7. Hanson G. H., An Experimental Investigation of Noise in Transistors, Ph. D. Thesis, University of Minnesota, 1957.
8. Абрамов В. Б., Тихонов В. И., *Радиотехника*, 12, 45 (1957).
9. Bargellini P. M., Herscher M. B., *Proc. IRE*, 43, 217 (1955).
10. Brophy J. J., Reinberg A. R., *Rev. sci. Instrum.*, 28, 965 (1957).
11. Chenette E. R., *Proc. IRE*, 46, 1304 (1958).
12. Chenette E. R., там же, 47, 448 (1959).

13. Coffey W. N., *Proc. IRE*, **46**, 495 (1958).
14. Englund J. W., in *Transistors I*, New Jersey; R. C. A. Laboratories, 1956.
15. Fonger W. H., in «*Transistors I*», New Jersey; R. C. A. Laboratories, 1956.
16. Freedmann L. A., *R. C. A. Rev.*, **18**, 145 (1957).
17. Giacoletto L. J., in «*Transistors I*», New Jersey; R. C. A. Laboratories, 1956.
18. Гургенбюль, Стратт, *Вопросы радиолокационной техники*, № 2 (44) (1958); Guggenbuehl W., Strutt M. J. O., *Proc. IRE*, **45**, 839 (1957).
19. Guggenbuehl W., Strutt M. J. O., *Electr. Radio Engr.*, **34**, 258 (1957).
20. Hanson G. H., van der Ziel A., *Proc. IRE*, **45**, 1538 (1957).
21. Keonjian E., Schaffner J. S. там же, **40**, 1456 (1952).
22. Montgomery H. C., там же, **40**, 1461 (1952).
23. Nielsen E. G., там же, **45**, 957 (1957).
24. Ryder R. M., Kircher R. J., *Bell Syst. tech. J.*, **28**, 367 (1949).
25. Schneider B., Strutt M. J. O., *Proc. IRE*, **47**, 546 (1959).
26. Schubert J., *Arch. elektr. Übertr.*, **11**, 331, 379, 416 (1957).
27. Stephenson W. L., *Proc. Brit. IRE*, **102B**, 753 (1955).
28. Ван-дер-Зил А., *Радиотехника и электроника за рубежом*, № 1 и 2 (1959); van der Ziel A., *Proc. IRE*, **46**, 1019 (1958).
29. Volkers W. K., Pedersen N. E., *Tele-Tech.*, **14**, 82, 156 (Dec. 1955); **15**, 70 (Jan. 1956).
30. Wallace R. L., Pietenpol W. J., *Bell Syst. tech. J.*, **30**, 530 (1951); *Proc. IRE*, **39**, 753 (1951).
31. Wilson B. L. H., *J. Brit. IRE*, **18**, 207 (1958).
32. Early J. M., *Proc. IRE*, **40**, 1401 (1952); Эрли, *Проблемы современной физики*, **2**, 105—116 (1955).
33. Van der Ziel A., *Proc. IRE*, **43**, 1639 (1955); **45**, 1011 (1957).
34. Torrey H. C., Whitmer C. A., *Crystal Rectifiers*, New York, McGraw-Hill Book Co., 1948.
35. Ван-дер-Зил А., *Флуктуации в радиотехнике и физике, ГЭИ*, 1958; van der Ziel A., *Noise*, Englewood Cliffs, Prentice-Hall, 1954.
36. Davis R. A., Dearle R. C., *Trans. IRE*, **MTT-3**, 27 (1955).
37. Houlding H., *Proc. IRE*, **46**, 917 (1958).
38. McCoy C. T., там же, **46**, 61 (1958).
39. Messenger G. C., McCoy C. T., там же, **45**, 1269 (1957).
40. Messenger G. C., *Trans. IRE*, **MTT-5**, 62 (1957).
41. Мессенджер, *Радиотехника и электроника за рубежом*, № 1 (49) (1959); Messenger G. C., *Proc. IRE*, **46**, 1116 (1958).
42. Misawa T., *J. phys. Soc. Japan*, **12**, 882 (1957).
43. Nicoll G. R., *Proc. Brit. IRE*, **III**, 101, 317 (1954).
44. Richardson J. M., Faris J. J., *Trans. IRE*, **MTT-5**, 208 (1957).
45. Sprinks M. E., Robinson G. T. G., Bosch B. G., *Brit. J. appl. Phys.*, **8**, 275 (1957).

46. Strum P. D., *Proc. IRE*, **41**, 875 (1953).
47. Hefner H., Wade G., *J. appl. Phys.*, **29**, 1262, 1321 (1958).
48. Hermann G., Uenohara M., Uhler A., Jr., *Proc. IRE*, **46**, 1301 (1958).
49. Leenov D., *Bell Syst. tech. J.*, **37**, 987 (1958).
50. Manley J. M., Rowe H. E., *Proc. IRE*, **44**, 904 (1956).
51. Uhler A., Jr., там же, **44**, 1183 (1956).
52. Uhler A., Jr., там же, **46**, 1099 (1958).
53. Uhler A., Jr., *Bell Syst. tech. J.*, **37**, 951 (1958).
54. Van der Ziel A., *J. appl. Phys.*, **19**, 999 (1948).

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

- Автокорреляции коэффициент 27, 28
— функция 28
Активное сопротивление, модуляционная составляющая 136, 173, 194, 195
— — флуктуации 30, 40
Акцептор 10
Амбиполярные явления 51—59
— — диффузия 54—59, 69
— — — константа 52
— — дрейф 51—54, 69, 88
— — подвижность носителей 52, 88
- База (транзистора) 160
— модуляционные явления 173, 174, 199, 200
— сопротивление 162
— ток 167
Берджеса метод 45—59
Беспримесный полупроводник 53
Биномиальное распределение 28
Бозе — Эйнштейна статистика 98
- Варистор 123
Вероятностей распределение 24—29
Взаимная корреляция 62
— —, функция 62
Винера — Хинчина теорема 30
Возвратная диффузия 150
Возмущающее воздействие с белым спектром 35
— — случайное 34
Время жизни носителей 41, 42
— — по Шокли — Риду 67
— — радиационное 99
Вырожденные полупроводники 60, 63, 67
- Генерационно-рекомбинационные шумы 10, 11, 39—69
- Детального равновесия принцип 61
Детектор 153
— излучения 103—118, 206—209
— квадратичный 17, 18
- Диодные смесители 217—223
— —, потери преобразования 220
— —, шум-фактор 220, 221
Диод кристаллический 128, 151—154
— плоскостной 151—154
— сверхвысокочастотный 151—154
— точечно-контактный 151—154, 199
Диффузии коэффициент 139
— потенциал 124, 125
Доноры 10
Дробовые шумы 10, 124—158, 160—189, 197
— диод 124—158
— модуляционные явления 135—138, 173, 174
— радиация 154
— транзистор 160—189
— дырка 82—86
- Зеебека шум 76, 121
— эффект 76, 121
Зинера пробой 158
- Инъекции уровни высокие 134
— — низкие 135
Испускание (фотонов) 98
— дробовой шум 124—158
— индуцированное 98
— спонтанное 98
- Каналовый шум 138, 198, 199
Карсона теорема 32, 33
Квазиуровень Ферми 64
Квантовая эффективность 98, 208
Критическая частота диода 224
— — транзистора 177, 184
Коллективный метод 128, 129, 138—151, 175—178
Коллектор (транзистор) 160
— полное сопротивление 171, 200
— ток 161
— ток насыщения 165
— эффективность по постоянному току 165

- Контактные шумы 43, 71, 95, 103
Корпускулярный метод 128, 129—135, 161—173
Корреляция взаимная 62, 165, 169, 170
— коэффициент 26
— полное сопротивление 179
Коэффициент усиления по току 166, 171
— — —, общий эмиттер 203—205
- Лавинообразный пробой 155—158
Ланжевена уравнение 33—38
Ловушка 10, 49, 59, 82—91, 115, 118, 135, 199
- Магнито-сопротивления эффект 121
Мак-Уэртера модель поверхностного шума 82—95
Местный гетеродин 218
Микроплазма 155
Модуляционные полные сопротивления 135—138, 173, 174, 194, 195, 199
— шумы 11, 135—138, 173, 174, 194, 195, 199
— эффекты 135—138, 173, 174, 194, 195, 199
Модуляция светового потока 104, 207—209
Моррисона модель линий смещения 91—95
- Найквиста теорема 12
Накачка 223
 n -область перехода 124
Нормальное распределение 29
Носители, флуктуации плотности 39—69
- Обратное смещение (перехода) 126
- Параметрический усилитель 217—225
Передаточная полная проводимость (транзистора) 117
Передающих линий модель 138—148, 175—178
Переходная емкость 126, 171
— область 124
Планка закон излучения 97
Пластическая деформация 73, 93
- Плоскостной диод 124—158
— —, активная проводимость 126
— —, коллектор-база 160
— —, полная проводимость 126
— —, последовательное сопротивление 127, 135—138
— —, эмиттер-база 160
Плотность носителей эффективная, 82, 83
 p -область перехода 124
Поверхностной рекомбинации скорость 55, 148, 149, 192
Поверхностные уровни полупроводника 78, 190, 191
Подвижность 40
— полевого эффекта 81
— эффективная 115
Полевой эффект 77—82
Пробой при низких температурах 155
Проводимости модуляция 77—82
Пространственного заряда область 124
Прямое смещение перехода 126
Пуассона распределение 28
- Разбавленные полупроводники 120, 121
Рекомбинации скорость 45
— центры 65
- Световое смещение 106
Световой фон 106
Случайный стационарный процесс 26
Случайных замыканий теория 36, 37
Смесители 217—225
Собственных функций метод 56—59
Совместная функция распределения 25
Спектральная плотность 30
— — перекрестная 31
— — собственная 31
Спектральный анализ 29—32, 35
Сплавы с управляемой валентностью 120, 121
Средние значения 24—29
— — по ансамблю 24—27
— — по времени 27
- Темновой ток 207
Тепловые шумы 10, 127, 132, 136, 164

- Теплопроводности флуктуации 123
 Термистор 122, 123
 Термо-э.д.с. 76
 Транзистор 160—189
 — кремниевый 173, 211
 — $n-p-n$ 160
 — $p-n-p$ 160
 — способ включения 209—217
 —, малошумящие схемы 209—217
 —, общая база 209
 —, общий коллектор 209
 —, общий эмиттер 209
 Туннельный эффект 90, 91
- Усилители 17—20, 209—225
 — линейные измерительные 17—20
 — параметрические 221—225
 — отрицательное сопротивление 222, 223
 — транзисторные 209—217
 Утечка, проводимость 191
 — ток 196
 — шумы 190—200
- Ферми уровень 60
 — функция 60
 Фликкер-шум 10, 71—95, 109—205
 — диоды 192—199
 — полупроводниковые материалы 71—95
 — транзисторы 199—205
 — ядерное облучение 199
 Флуктуационно-диссипационная теорема 62, 63
 Флуктуационные явления 11
 Фотон 97
 Фотопроводники 97—118
 — германий 113
 — селенид свинца 114, 115
 — сульфид кадмия 106, 116, 117
 — InSb 114
 — теллурид свинца 114, 115
 — тонкие пленки 114—116
 Фотоэлектрический элемент 194, 206—209
 Фотоэлемент полупроводниковый 194
- Холла шум 74, 75, 121
 — э. д. с. 74, 75
 — эффект 74, 75, 121
 «Холостой» контур 223, 224
- Частотная функция передачи 100
 Черного тела излучение 97
 Четырехполюсник 13—17, 160, 161, 217—225
 Чувствительность предельная 103—107
- Шоттки теорема 12, 13
 — эффект 21
 Шумовое отношение 13, 151, 290
 — — выходное 290
 Шум-фактор 16—23, 183—186, 209—225
 — минимальный 16
 — на данной частоте 22
 — средний 23
 — фотопроводника 105, 106
 Шумы диффузионные 11, 93—95
 — дробовые 10, 124—158, 160—189, 197
 — измерение 17—23
 — каналов 191, 198, 199
 — обусловленные фликкер-эффектом 10, 71—95, 190—205
 — поверхностные 190—205
 — способ описания 13—17
 — тепловые 10, 127, 132, 136, 164
 — утечки 190—200
 — фотонные 107, 108, 115
 — эквивалентная активная проводимость 179, 180
 — эквивалентный поток фотонов 104
- Эйнштейна теория излучения 100
 Эмиттер (транзистора) 160
 — активное сопротивление 164
 — полная проводимость 164
 — полное сопротивление 171
 — ток 161
 — шумовое сопротивление 179, 180
 — эффективность 166
 Эрли эффект 162, 209

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Стр.
Предисловие к русскому изданию	5
Предисловие	7
Глава 1. Введение	9
Об изучении флуктуаций в полупроводниках	9
Классификация различных источников шума	10
Глава 2. Описание шумовых свойств двух- и четырехполюсников	12
Способы описания шумов двухполюсных цепей	12
Способы описания шумов четырехполюсных цепей	13
Приборы для измерения шумов	17
Измерение шума	20
Глава 3. Математические методы	24
Распределение вероятностей, средние значения, корреляция	24
Спектральный анализ флуктуирующих величин	29
Теорема Карсона	32
Уравнение Ланжевена для одной переменной	33
Уравнение Ланжевена для нескольких переменных	37
Глава 4. Генерационно-рекомбинационный шум в случае теплового равновесия	40
Шум, вызываемый флуктуациями сопротивления	40
Простое рассмотрение проблемы. Прежние теории	41
Флуктуации плотности носителей	45
Амбиполярные эффекты	51
Процессы, приводящие к сериям постоянных времени	59
Методы эквивалентных схем	62
Сопоставление теоретического анализа с результатами экспериментов	68
Глава 5. Фликкер-шум в полупроводниковых материалах	71
Общие характеристики фликкер-шума	71
Эксперименты, выясняющие природу шума типа $1/f$	74
Полевой эффект	77
Применение поверхностной модели к анализу фликкер-шума	82
Другие теории	91
Глава 6. Шумы в фотопроводниках	97
Основная задача теории шумов в фотопроводниках	97
Предел чувствительности фотопроводников; коэффициент шума	103

Некоторые примеры фотопроводников	107
Фотопроводники, применяемые на практике	113
Глава 7. Шумы в полупроводниковых сопротивлениях	120
Линейное полупроводниковое сопротивление	120
Нелинейные полупроводниковые сопротивления термисторы	122
Глава 8. Дробовой шум в полупроводниковых диодах	124
Введение	124
Корпускулярный метод	129
Модуляционные эффекты	135
Коллективный метод	138
Экспериментальное подтверждение теории	151
Шумы на лавинном участке характеристики $p-n$ перехода	155
Глава 9. Дробовой шум в плоскостных транзисторах	160
Корпускулярный метод для случая низких частот	161
Общий корпускулярный метод рассмотрения шумов тран- зисторов	168
Модуляционные эффекты	173
Коллективный метод	175
Экспериментальная проверка теории	179
Глава 10. Фликкер-шум в диодах и транзисторах	190
Общие характеристики фликкер-шума	190
Фликкер-шум в плоскостных диодах	192
Фликкер-шум в транзисторах	199
Глава 11. Приложения теории; условия минимального шума	206
Шум в полупроводниковых фотоэлементах	206
Слабозумящие транзисторные схемы	209
Применение диодов в качестве смесителей и в параметри- ческих усилителях	217
Предметный указатель	228

А. Ван-дер-Зил

ФЛУКТУАЦИОННЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКАХ

Редактор Н. А. Данилов. Художник Л. Г. Ларский.
Художественный ред. В. И. Шаповалов. Технический ред. Ф. Х. Джатиева
Корректор Т. С. Бухтина

Сдано в производство 31/X 1960 г. Подписано к печати 1/IV 1961 г.
Бумага $84 \times 108^{1/32} = 3,6$ бум. л. Печ. л. 11,9. Уч.-изд. л. 10,8. Изд. № 20/0225.
Цена 96 коп. Зак 2119.

ИЗДАТЕЛЬСТВО ИНОСТРАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ,
Москва, 1-й Рижский пер., 2.

Типография № 4 УПП Ленсовнархоза
Ленинград, Социалистическая, 14.

О П Е Ч А Т К И

Страница	Строка	Напечатано	Следует читать
5	1 снизу	Губкина	Гуткина
33	1 »	I_d	I_d
33	2 »	I_{∂}	I_d
90	13 сверху и формула (5.25)	$\left(\frac{2mV}{h^2}\right)^{1/2}$	$\left(\frac{2mV}{\hbar^2}\right)^{1/2}$
90	14 сверху	$\hbar = h/2\pi$	$\hbar = h/2\pi$
113	7 »	из изложенного	из изложенного
213	формула	(10.12)	(11.12)
213	формулы (11.12), (11.13), (11.13a)	r_{fc}	R_{fc}
222	формула (11.27a)	$\frac{\omega_0}{\omega_4}$	$\frac{\omega_0}{\omega_l}$
228	правая колонка, 24 снизу	—дырка 82—86	—дырка 128—168

А. Ван-дер-Зил

